Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales - MAT1640
Ayudantía 7

Ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes

1. Encuentre una solución general de las ecuaciones homogéneas siguientes:
   (a) $y''' + 3y'' - 4y = 0$.
   (b) $y^{(4)} + 2y^{(3)} + 3y'' + 2y' + y = 0$ (Sugerencia: desarrolle $(r^2 + r + 1)^2$)

2. Resuelva el problema de valores iniciales

$$y^{(3)} - 5y'' + 100y' - 500y = 0$$
$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 10, \quad y''(0) = 250$$

   dado que $y_1(x) = e^{5x}$ es una solución particular de la ecuación diferencial.

3. La **ecuación de Euler** de segundo orden es de la forma

$$ax^2y'' + bxy' + cy = 0$$

   donde a, b, c son constantes.

   (a) Verifique que si $x > 0$, entonces la sustitución $v = \ln x$ transforma la ecuación de Euler en la ecuación lineal de coeficientes constantes

$$a\frac{d^2y}{dv^2} + (b - a)\frac{dy}{dv} + cy = 0$$

   con variable independiente v.
   (b) Si las raíces r_1 y r_2 de la ecuación característica anterior son reales y distintas, concluya que la solución general de la ecuación de Euler en el enunciado es $y(x) = c_1x^{r_1} + c_2x^{r_2}$.

4. Lleve a cabo la sustitución $v = \ln x$ del problema 3 para encontrar las soluciones generales (para $x > 0$) de las ecuaciones de Euler en los problemas siguientes.
   (a) $x^2y'' + xy' - y = 0$
   (b) $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$

Ecuaciones no homogéneas

5. Determine la solución del problema

$$xy'' + (x-1)y' - y = x^2 \quad ; \quad y(1) = 0, y'(1) = 1$$

sabiendo que $y(x) = e^{-x}$ es una solución de la ecuación homogénea asociada.

6. Resuelva por coeficientes indeterminados

$$y'' + 4y = \cos^3(x).$$

7. Resuelva por variación de parámetros

   (a) $x^2y'' + xy' + 4y = \sin(2\ln(x))$

   (b) $y'' - 2y' - 8y = 3e^{-2x}$