Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Segundo Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales ⋆ MAT1640

Interrogación 3

1. Determine la solución general del sistema lineal,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Solución. La ecuación característica asociada a este sistema está dada por:

$$(1-r)(5-r) - (-2)(2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (r-3)^2 = 0$$

Dado que la multiplicidad del valor propio es igual al grado de la ecuación característica, hay dos *caminos* para resolver el sistema lineal.

Camino 1. Matriz Fundamental. Calculemos los vectores propios asociados al sistema. La ecuación vectorial

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{v} = \mathbf{0}$$

tiene como **única** solución al vector $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, de este modo el valor propio $r = 1$ es *incompleto*. Deberemos encontrar un *vector propio generalizado* para resolver el sistema. Para ello buscamos un vector $\mathbf{u}$, linealmente independiente con $\mathbf{v}$, que satisfaga la ecuación

$$(A - 3I)\mathbf{u} = \mathbf{v} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esta ecuación tiene por solución a $\mathbf{u} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Por lo tanto, el sistema lineal tendrá como solución a

$$\mathbf{x}(t) = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{3t} + c_2 \left(\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} t + \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) e^{3t}$$

Camino 2: Matriz Exponencial. Si $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ entonces $A - 3I$ es *nilpotente*,

$$(A - 3I)^2 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De este modo, la solución general del sistema es:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= e^{At}\mathbf{v} \\ &= e^{3t}e^{(A-3I)t}\mathbf{v} \\ &= e^{3t}\left(I + (A-3I)t\right)\mathbf{v} \\ &= e^{3t}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} t \right)\mathbf{v} \end{aligned}$$

siendo $\mathbf{v}$ es un vector constante de $\mathbb{R}^2$.

Asignación de Puntaje

- Asignar **(1 ptos)** por escribir la ecuación característica y **(0.5 ptos)** por encontrar el único valor propio. Total **(1.5 pto)**. **No se asignará puntaje si hay error en la ecuación característica.**

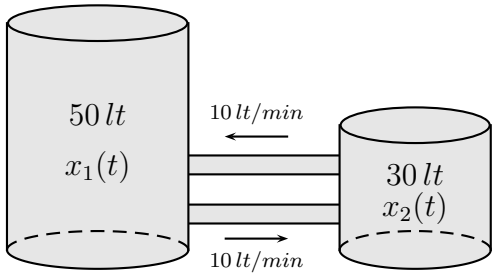
Si se tomó el camino 1:

- Asignar **(1 pto)** por determinar un vector propio.
- Asignar **(2 pto)** por calcular un vector propio generalizado resolviendo $(A-3I)\mathbf{u}=\mathbf{v}$. Si en cambio se resolvió $(A-3I)^2\mathbf{u}=\mathbf{0}$, asignar los **(2 pto)** si además se determinó el vector propio $(A-3I)\mathbf{u}$.
- Asignar **(0.5 pto)** por cada solución linealmente independiente. Total **(1 ptos)**
- Asignar **(0.5 ptos)** por escribir la solución general del sistema. **No se asignará puntaje si las soluciones l.i. no están correctas.**

Si se tomó el camino 2:

- Asignar **(1 pto)** por separa la matriz A en la suma de las matrices $3I$ y $(A-3I)$, y verificar que $(A-3I)$ es nilpotente.
- Asignar **(0.5 pto)** por calcular e^{3It}.
- Asignar **(1 pto)** por calcular $e^{(A-3I)t}$.
- Asignar **(1 pto)** por calcular e^{At} como el producto de e^{3It} y $e^{(A-3I)t}$.
- Asignar **(1 pto)** por calcular la solución general mediante la fórmula $e^{At}\mathbf{v}$ con $\mathbf{v}$ vector constante.

2. Considere un sistema de dos estanques interconectados por tubos que intercambian solución de agua y sal (salmuera), como se muestra en la imagen.



Cada estanque se encuentra a capacidad máxima, de $50\,lt$ y $30\,lt$ respectivamente, y el intercambio de líquido entre cada tanque se produce a rapidez constante, de $10\,lt/min$. La cantidad inicial de sal en cada uno de los estanques está dada por $x_1(0) = 20$ (para el tanque de $50\,lt$) y $x_2(0) = 0$ (para el tanque de $30\,lt$), donde $x_k(t)$ se mide en kilogramos.

a) Determine un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que modele el sistema.

b) Usando el sistema determinado en la parte anterior, resuelva el PVI para las condiciones iniciales $x_1(0) = 20$ y $x_2(0) = 0$.

c) Determine la cantidad de sal, en kilogramos, en cada uno de los estanques cuando $t \to \infty$.

Solución.

a) Un sistema que modela la cantidad de sal x_1 y x_2 en los estanques es:

$$\dot{x}_1 = \frac{x_2}{3} - \frac{x_1}{5}$$
$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{5} - \frac{x_2}{3}$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 ptos)** por cada ecuación del sistema. Total **(1 pto)**. **No se asignará puntaje si hoy errores en los coeficientes constantes del sistema.**

b) Representando el sistema en notación matricial tendremos

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1/5 & 1/3 \\ 1/5 & -1/3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

donde $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$. La matriz asociada al sistema tiene valores propios dados por $-8/15$ y 0, con vectores propios asociados

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} \quad \begin{bmatrix} 5/3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

respectivamente. De este modo, la solución general del sistema es

$$\mathbf{x}(t) = c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-8/15\, t} + c_2 \begin{bmatrix} 5/3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente, para la condición inicial $x_1(0) = 20$ y $x_2(0) = 0$ el PVI tendrá solución

$$\mathbf{x}(t) = -\frac{55}{8} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{-8/15\, t} + \frac{63}{8} \begin{bmatrix} 5/3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 ptos)** por calcular cada valor propio correctamente. Total **(1 pto)**. **El puntaje se asignará independientemente si se obtuvo una matriz del sistema incorrecta en la parte anterior.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por calcular cada vector propio correctamente. Total **(1 ptos)**. **El puntaje se asignará independientemente si se obtuvo una matriz del sistema incorrecta en la parte anterior.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por escribir la solución general al sistema. **El puntaje se asignará independientemente si se obtuvo una matriz del sistema incorrecta en la parte anterior.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por determinar las condiciones iniciales.
- Asignar **(0.5 ptos)** por determinar las constantes correctas de la solución y **(0.5 ptos)** por escribir la solución al PVI. Total **(1 pto)**. **Se descontará 0.5 ptos si se resolvió el PVI de manera correcta para un sistema diferencial incorrecto.**

c) Haciendo $t \to \infty$ en la solución del PVI tendremos

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \frac{63}{8}\begin{bmatrix} 5/3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

concluyendo así que la cantidad de sal en el primer estanque será de 105 kilogramos y la cantidad de sal en el segundo estanque será de 63/8 kilogramos.

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 ptos)** por calcular correctamente el límite. **El puntaje se asignará solamente si se obtuvo la solución correcta al PVI.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por explicar en palabras el límite encontrado. **El puntaje se asignará solamente si se obtuvo la solución correcta al PVI.**

3. Considere el sistema lineal homogéneo

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{t}\mathbf{A}\mathbf{x}, \quad t > 0.$$

donde $\mathbf{A}$ es una matriz de 2×2 a coeficientes constantes.

a) Demuestre que $\mathbf{x}(t) = t^r\mathbf{v}$ es solución, donde r es valor propio de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{v}$ su vector propio asociado.

b) Argumente por qué si

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad \text{entonces} \quad \Phi(t) = \begin{bmatrix} t & 1/t \\ t & 3/t \end{bmatrix}$$

es matriz fundamental del sistema

c) Utilice el método de variación de parámetros para encontrar la solución general al sistema no homogéneo

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{t}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} t^{5/2}, \quad t > 0.$$

Solución.

a) La función $\mathbf{x}(t) = t^r\mathbf{v}$ es solución del sistema si satisface

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(t^r\mathbf{v}) = \frac{1}{t}\mathbf{A}(t^r\mathbf{v}) \quad &\Leftrightarrow \quad rt^{r-1}\mathbf{v} = t^{r-1}\mathbf{A}\mathbf{v} \\ &\Leftrightarrow \quad r\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{v} \\ &\Leftrightarrow \quad (\mathbf{A} - r\mathrm{I})\mathbf{v} = \vec{0}. \end{aligned}$$

La ecuación anterior tiene solución siempre y cuando r sea un valor propio de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{v}$ un vector propio.

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 pto)** por evaluar la función $\mathbf{x}(t) = t^r\mathbf{v}$ en el sistema.
- Asignar **(0.5 pto)** por deducir la ecuación $(\mathbf{A} - r\mathrm{I})\mathbf{v} = \vec{0}$ y concluir que r debe ser valor propio y $\mathbf{v}$ un vector propio.

b) **Opción 1.** Usando la parte anterior buscamos los valores propios de $\mathbf{A}$:

$$\begin{vmatrix} 2-r & -1 \\ 3 & -2-r \end{vmatrix} = -(4-r^2)+3 = r^2-1 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = \pm 1.$$

Buscamos ahora vectores propios. Para $r = 1$ resolvemos

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad a = b \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ es vector propio.}$$

Mientras que para $r = 1$ obtenemos

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad 3a = b \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ es vector propio.}$$

Luego, las columnas de la matriz $\Phi(t)$ son las soluciones $\mathbf{x}_1 = t^1\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{x}_2 = t^{-1}\mathbf{v}_2$, cuyo wronskiano es $W(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) = 3 - 1 = 2$ lo cual nos permite concluir que son linealmente independientes. Concluimos entonces que $\Phi(t)$ es matriz fundamental.

Opción 2. Recordando que $\Phi(t)$ es matriz fundamental si y sólo si sus columnas son soluciones linealmente independientes, comprobamos primero que las columnas son efectivamente soluciones del sistema lineal:

$$\frac{1}{t}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix};$$

$$\frac{1}{t}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{-1} \\ 3t^{-1} \end{bmatrix} = \frac{-1}{t^2}\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} t^{-1} \\ 3t^{-1} \end{bmatrix};$$

Son linealmente independientes ya que su wronskiano es

$$W(t) = \begin{vmatrix} t & t^{-1} \\ t & 3t^{-1} \end{vmatrix} = 3 - 1 = 2.$$

Asignación de Puntaje

Si se siguió la opción 1:

- Asignar **(0.5 ptos)** por plantear la ecuación característica y encontrar los valores propios.
- Asignar **(0.5 ptos)** por encontrar ambos vector propios.
- Asignar **(0.5 ptos)** determinar las soluciones $\mathbf{x}_1$ y $\mathbf{x}_2$ usando la parte (a) y verificar que son linealmente independientes. **No se asignará el puntaje si no se verificó que son l.i.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por concluir que las funciones encontradas son las columnas de Φ y por lo tanto Φ es matriz fundamental.

Si se siguió la opción 2:

- Asignar **(0.5 pto)** por notar que Φ es matriz fundamental si sus columnas son soluciones al sistema.
- Asignar **(0.5 pto)** por verificar que cada columna de Φ es solución del sistema (de manera equivalente, se puede verificar que $\Phi' = \frac{1}{t}\mathbf{A}\Phi$). Total **(1 pto)**.
- Asignar **(0.5 pto)** por verificar que las columnas son funciones linealmente independientes.

c) La formula de variación de parámetros nos dice que la solución general al sistema no homogéneo es

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{c} + \Phi(t)\int \Phi^{-1}(t)\mathbf{f}(t)dt$$

donde $\Phi(t)$ es la matriz fundamental definida en la parte (b), mientras que

$$\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} t^{5/2}.$$

La inversa de $\Phi(t)$ es

$$\Phi(t)^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}3t^{-1} & -t^{-1}\\ -t & t\end{bmatrix},$$

por lo tanto

$$\Phi(t)^{-1}\mathbf{f}(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}3t^{-1} & -t^{-1}\\ -t & t\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} t^{5/2} = \frac{t^{5/2}}{2}\begin{bmatrix}0\\2t\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\t^{7/2}\end{bmatrix}.$$

Finalmente obtenemos que

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix}t & 1/t\\ t & 3/t\end{bmatrix}\mathbf{c} + \begin{bmatrix}t & 1/t\\ t & 3/t\end{bmatrix}\int \begin{bmatrix}0\\t^{7/2}\end{bmatrix} dt\\ &= c_1\begin{bmatrix}t\\t\end{bmatrix} + c_2\begin{bmatrix}t^{-1}\\3t^{-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}t & 1/t\\ t & 3/t\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ \frac{2}{9}t^{9/2}\end{bmatrix}\\ &= c_1\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} t + c_2\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} t^{-1} + \frac{2}{9}\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} t^{7/2}.\end{aligned}$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 ptos)** por plantear la fórmula de variación de parámetros. **El resto del puntaje será asignado solamente si la fórmula de variación de parámetros planteada es la correcta.**
- Asignar **(0.5 ptos)** por identificar la función $\mathbf{f}(t)$.
- Asignar **(0.5 pto)** por identificar que la matriz $\Phi(t)$ de la parte anterior es la matriz fundamental del sistema.
- Asignar **(0.5 pto)** por calcular correctamente $\Phi(t)^{-1}$.
- Asignar **(1 pto)** por llegar a la solución general.

4. Considere la ecuación diferencial lineal de tercer orden

$$x''' + 3x'' + 2x' = e^t.$$

a) Muestre que definiendo la función vectorial $\mathbf{x}(t) = (x(t), x'(t), x''(t))$, la ecuación diferencial anterior se transforma en el sistema lineal

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \end{bmatrix}.$$

b) Sabiendo que la matriz del sistema tiene valores propios $\lambda = 0, -1, -2$, resuelva el sistema no homogéneo mediante el método de coeficientes indeterminados.

c) Finalmente, escriba la solución general a la ecuación diferencial de tercer orden.

Solución.

a) Derivando la función vectorial $\mathbf{x}(t)$ se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x(t) \\ x'(t) \\ x''(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t) \\ x''(t) \\ x'''(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t) \\ x''(t) \\ -3x''(t) - 2x'(t) + e^t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x'(t) \\ x''(t) \\ -3x''(t) - 2x'(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x'(t) \\ x''(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(1 pto)** por verificar que la función $\mathbf{x}(t)$ definida en el enunciado satisface el sistema diferencial.

b) Buscamos vectores propios. Para $\lambda = 0$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad b = c = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_1 = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ es vector propio.}$$

Para $\lambda = -1$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad a = c = -b \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_2 = b \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \text{ es vector propio.}$$

Para $\lambda = -2$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad c = -2b = 4a \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}_3 = a \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ es vector propio.}$$

Como 1 no es un valor propio, el método de coeficientes indeterminados nos sugiere considerar una solución particular de la forma

$$\mathbf{x}_p(t) = \mathbf{u}e^t$$

donde $\mathbf{u}$ es un vector constante. Para que sea solución del sistema no homogéneo se necesita que

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{u}e^t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{u}e^t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ e^t \end{bmatrix}$$

lo cual equivale a pedir que

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{u} - \mathbf{u} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

Si $\mathbf{u} = (a, b, c)^T$, entonces

$$a = b = c \quad \text{y además} \quad -2b - 4c = -1,$$

por lo tanto $\mathbf{u} = \dfrac{a}{6}(1, 1, 1)^T$ satisface lo anterior y luego

$$\mathbf{x}_p(t) = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^t$$

es solución particular.

La solución general del sistema es:

$$\mathbf{x}(t) = c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-t} + c_3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} e^{-2t} + \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^t$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(0.5 ptos)** por cada vector propio. Total **(1.5 ptos)**.

El puntaje de los siguientes items se asignarán independientemente si hubo un error en el cáculo de vectores propios.

- Asignar **(0.5 ptos)** por proponer correctamente una solución particular de acuerdo al método de coeficientes indeterminados.
- Asignar **(0.5 ptos)** por determinar el sistema algebraico que el vector **u** debe satisfacer.
- Asignar **(0.5 ptos)** por encontrar correctamente un vector **u**.
- Asignar **(0.5 ptos)** por determinar la solución particular.

El siguiente puntaje se asignará solamente si todos los cálculos anteriores están correctos.

- Asignar **(0.5 ptos)** por escribir la solución general al sistema.

c) Como la solución del sistema anterior satisface que $\mathbf{x}(t) = (x(t), x'(t), x''(t))^T$ donde $x(t)$ es la solución a la ecuación diferencial de tercer orden, entonces concluimos que la solución general a esta ecuación está dada por

$$x(t) = c_1 - c_2 e^{-t} + c_3 e^{-2t} + \frac{1}{6} e^t.$$

Asignación de Puntaje

- Asignar **(1 pto)** por determinar correctamente la solución a la ecuación de tercer orden.
- Si en cambio se resolvió la EDO de tercer orden directamente, se asigna **(1 pto)** solamente si se llega a la solución correcta.