Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales - MAT1640
Ayudantía 3

1. Demuestre que el cambio de variable $y = ax + by + c$ en la EDO

$$y' = f(ax + by + c)$$

transforma dicha ecuación en una de variables separables. A partir de esto, resuelva

$$y' = (x + y + 3)^2.$$

2. Resuelva la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - y - 1}{x + y + 3}$$

Para esto, encuentre h y k de manera que la sustitución $x = u + h y = v + k$ transforme dicha ecuación en la siguiente:

$$\frac{dv}{du} = \frac{u - v}{u + v}$$

Luego, resuelva esta ecuación diferencial mediante el cambio de variables para ecuaciones homogéneas.

3. Resuelva las siguientes ecuaciones de Bernoulli:

(a) $x\dfrac{dy}{dx} + y = x^2y^2.$
(b) $2y' + y = (x - 1)y^3$
(c) $y' + \tan(x)y = -\sec(x)y^2$

4. Resolver el problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = (-2x + y)^2 - 7, \quad y(0) = 0.$$

5. Considere la ecuación de Riccati

$$\frac{dy}{dx} = x^3(y-x)^2 + \frac{y}{x}.$$

   (a) Determine por inspección una solución y_1 de esta ecuación.

   (b) Use el cambio de variable $y = y_1 + \dfrac{1}{v}$ para reducir la ecuación diferencial a una ecuación lineal.

   (c) Resuelva la ecuación lineal obtenida en la parte (b).

6. En un artículo sobre la teoría de la propagación de un evento singular en una población grande (en otras palabras, un evento que es realizado a lo más una vez en la vida de un individuo, o al menos en un intervalo de tiempo considerado, tales como el matrimonio, conversión a un credo, comprar una casa, etc), un investigador[1] encontró la siguiente ecuación de Riccati:

$$y' = (1-y)[x(t) + by].$$

   En esta aplicación $y = y(t)$ es la fracción de la población que realizó el evento en el tiempo t, $x(t)$ representa el estímulo externo, y b es una constante elegida de modo que $by(t)$ representa el componente de imitación. Con las elecciones $x(t) = -\dfrac{1}{t \ln t} - 0.03$ y $b = 0.03$, resuelva la ecuación correspondiente.

   Indicación: *La función $y_1(t) \equiv 1$ es una solución particular de esta ecuación de Riccati.*

[1] A. Rapoport, *Bull. Math. Biophys.*, **14**, 159-169 (1952)