Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales - MAT1640
Ayudantía 1

1. Dada la ecuación diferencial:

$$x^2y'' + xy' - y = \ln x$$

demuestre que las siguientes funciones son soluciones de dicha ecuación:

$$y_1(x) = x - \ln x \quad ; \quad y_2(x) = \frac{1}{x} - \ln x$$

2. Determine si la función dada es solución del PVI:

(a) $y(x) = 3e^{2x} - 2xe^{2x} - \cos(2x), \quad y'' - 4y' + 4y = -8\sin(2x), \quad y(0) = 2, y'(0) = 4.$

(b) $y(t) = 2 - e^t, \quad y'(t) = 1 - \displaystyle\int_0^t y(t-v)e^{-2v}dv, \quad y(0) = 1.$

(c) $y(x) = e^{x^2}\displaystyle\int_1^x e^{-t^2}dt, \quad y' = 1 + 2xy, \quad y(1) = 0.$

3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales y especifique en qué dominio es válida la solución

(a) $\dfrac{dy}{dx} = \ln(x)$

(b) $\dfrac{dy}{dx} = \arctan(x)$

4. (a) Haga un bosquejo de las curvas isoclinas, el campo de pendientes y las curvas solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2 - 1$$

(b) ¿Puede estimar el valor de $y(2)$ para la solución del siguiente PVI?

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2 - 1, \quad y(0) = 0$$

5. ¿Existe solución para la ecuación diferencial $y' = \dfrac{1}{y^2}$ con condición inicial $y(x_0) = 0$?

6. (a) Verifique que si c es una constante, entonces la función

$$y(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \leq c \\ \cos(x - c) & \text{si } c < x < c + \pi \\ -1 & \text{si } x \geq c + \pi \end{cases}$$

es solución de la EDO

$$y' = -\sqrt{1 - y^2}.$$

(b) Trace algunas curvas solución.

(c) Determine, en función de a y b, cuántas soluciones tiene el PVI

$$y' = -\sqrt{1 - y^2}, \quad y(a) = b.$$