Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales - MAT1640
Ayudantía 6

1. Clasifique la siguiente ecuación diferencial

$$e^x \frac{dy}{dx} + 3y = x^2 y$$

   (a) No homogénea pero si lineal y separable
   (b) No lineal pero si separable
   (c) Homogénea, lineal y separable.
   (d) Lineal pero no separable
   (e) Ninguna de las alternativas es correcta

2. Determine una función $h(x)$ (que sólo depende de x) que cumpla que al multiplicarla por ambos lados de la siguiente ecuación diferencial

$$\left(2xy + x^2 y + \frac{y^3}{3}\right) dx + \left(x^2 + y^2\right) dy = 0$$

   la convierta en una EDO exacta.

   (a) $h(x) = e^x$
   (b) No existe tal función $h(x)$
   (c) $h(x) = \sec(x)$
   (d) $h(x) = e^{x^2}$
   (e) Ninguna de las alternativas es correcta

3. Considere la ecuación diferencial ordinaria

$$y\frac{dy}{dx} = \sin(xy + 1).$$

Seleccione la alternativa correcta:

(a) La EDO es de variables separables

(b) La ecuación cumple con todas las hipótesis del teorema de existencia y unicidad local de soluciones en torno al $(0, 0)$

(c) Ninguna alternativa es correcta

(d) Las soluciones de la ED tienen derivada nula únicamente en los puntos que intersectan a la curva $y = \frac{\pi-2}{2x}$

(e) La solución que cumple $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ tiene derivada negativa en $\frac{\pi}{2}$

4. La solución particular del PVI

$$xy' - y - x\csc\left(\frac{y}{x}\right) = 0, \quad y(1) = \frac{\pi}{6}$$

es

(a) $y(x) = x\arccos\left(\frac{1}{2} - \ln|x|\right)$

(b) Todas las alternativas son incorrectas

(c) $y(x) = x\arccos(-\ln|x|) + \frac{\pi}{6} - 1$

(d) $y(x) = x\arccos\left(\frac{\pi}{6} - \ln|x|\right)$

(e) $y(x) = x\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \ln|x|\right)$

5. Determine el intervalo maximal de definición para la variable x de modo que el PVI

$$\frac{dy}{dx} = 6e^{2x-y}, \quad y(0) = 0$$

tenga una solución y explícita como función de x.

(a) Ninguna de las alternativas es correcta

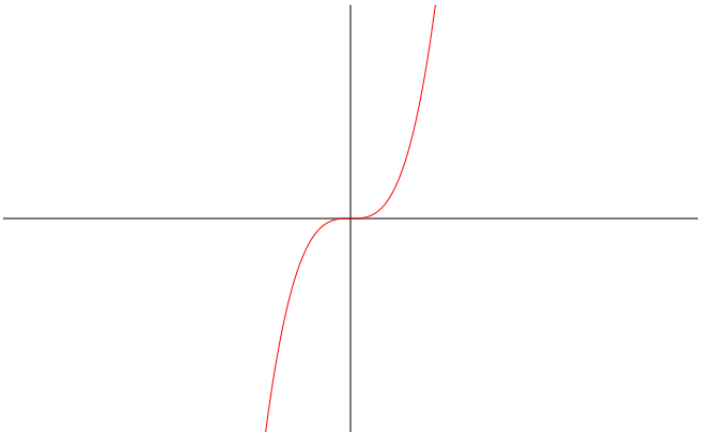
(b) $]\ln\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right), \infty[$

(c) $]0, \infty[$

(d) $\mathbb{R}$

(e) $]-1, \sqrt{5}[$

6. Determine la ecuación diferencial tal que la siguiente curva podría representar un conjunto de puntos del plano donde el campo de pendientes se mantiene constante en un cierto valor.



(a) $y' = y^3 - x$

(b) Ninguna alternativa es correcta

(c) $\cos(x)dx + \sin(x)dy = 0$

(d) $v' = \sqrt{v} + u$

(e) $(tx)dt + (t^2 - x^2)\,dx = 0$

7. Si el Wronskiano de dos funciones y_1 y y_2 es $W(y_1, y_2)(t) = t^2 + t$ ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

   i. Las funciones $y_1(t), y_2(t)$ son linealmente independientes en cualquier intervalo real.

   ii. Existen funciones $p(t), q(t)$ continuas en el intervalo $[-2, 2]$ para las cuales $y_1(t), y_2(t)$ son soluciones de $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ en el intervalo $[-2, 2]$.

(a) Solo I

(b) Solo II

(c) Ambas I y II

(d) Ninguna de las anteriores

8. Sabiendo que $y_1(x) = \dfrac{1}{1-x}$ es solución de la ecuación diferencial

$$y'' - \frac{2y}{(1-x)^2} = 0$$

una solución y_2 que complete la base del espacio de soluciones para esta EDO es

(a) $y_2(x) = (1+x)^2$

(b) $y_2(x) = 1 + x$

(c) $y_2(x) = (1-x)^2$

(d) $y_2(x) = \dfrac{1}{(1-x)^2}$

9. Considere la EDO de tipo Bernoulli

$$(2x+1)y' + \frac{y}{x^2} = 3\left(\frac{x}{y}\right)^2$$

¿Cuál de las siguientes alternativas se obtiene al realizar un cambio de variable adecuado para transformar la ecuación diferencial anterior en una ecuación lineal?

(a) $v' + \frac{1}{x^2(2x+1)}v = \frac{9x^2}{2x+1}$

(b) $v' + \frac{3}{x^2}v = 3x^2$

(c) $v' + \frac{3}{x^2(2x+1)}v = \frac{3x^2}{2x+1}$

(d) $v' + \frac{3}{x^2(2x+1)}v = \frac{9x^2}{(2x+1)}$

(e) La ecuación original no es de tipo Bernoulli.

Soluciones: 1.a); 2.a); 3.c); 4.e); 5.b); 6.a); 7.a); 8.c); 9.d).