Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2022

Ecuaciones Diferenciales - MAT1640
Ayudantía 13

Estabilidad de puntos críticos

1. Determine el tipo de punto crítico que es $(0,0)$ en los siguientes sistemas lineales indicando si es estable, inestable o asintóticamente estable:
   (a) $\dfrac{dx}{dt} = 3x + y, \quad \dfrac{dy}{dt} = 5x - y$
   (b) $\dfrac{dx}{dt} = x - 2y, \quad \dfrac{dy}{dt} = 2x - 3y$
2. Considere el sistema lineal
$$\frac{dx}{dt} = \epsilon x - y, \quad \frac{dy}{dt} = x + \epsilon y$$
   Muestre que el punto crítico $(0,0)$ es:
   (a) un punto espiral estable si $\epsilon < 0$
   (b) un centro si $\epsilon = 0$
   (c) un punto espiral inestable si $\epsilon > 0$
3. Determine la naturaleza del punto crítico $(0,0)$ en los siguientes sistemas casi lineales:
   (a)
$$\frac{dx}{dt} = x + 2y + x^2 + y^2, \quad \frac{dy}{dt} = 2x - 2y - 3xy$$
   (b)
$$\frac{dx}{dt} = 3x - y + x^3 + y^3, \quad \frac{dy}{dt} = 13x - 3y + 3xy$$
   (c)
$$\frac{dx}{dt} = 5x - 3y + y\left(x^2 + y^2\right), \quad \frac{dy}{dt} = 5x + y\left(x^2 + y^2\right)$$

Transformada de Laplace

4. Determine la transformada de Laplace de las siguientes funciones:

   (a) $f(t) = \sinh t$

   (b) $f(t) = \cos^2 t$

   (c) $f(t) = 3t^{5/2} - 4t^3$

   (d) $f(t) = te^t$

5. Encuentre la transformada de Laplace inversa de las siguientes funciones:

   (a) $F(s) = s^{-3/2}$

   (b) $F(s) = \dfrac{3}{s-4}$

   (c) $F(s) = \dfrac{10s-3}{25-s^2}$

   (d) $F(s) = 2s^{-1}e^{-3s}$