Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Calculo III - MAT1630
Profesor: Giancarlo Urzua
Ayudante: Jorge Andrés Matamala O. (jnmatamala@uc.cl)

Ayudantía 5

Campos vectoriales e integrales de línea

1. Resumen

Un **campo vectorial** es una función que toma puntos en el plano o espacio y entrega vectores en $\mathbb{R}^2$ o $\mathbb{R}^3$ según corresponda. ¿Algún campo vectorial que conozcamos?

Recordemos que el gradiente de una función escalar está dado como

$$\nabla f(x,y) = f_x(x,y)\ \hat{i} + f_y(x,y)\ \hat{j}$$

Entonces se tiene el **campo vectorial gradiente**

Relacionado a lo anterior, se dice que un campo vectorial F es conservativo si es el **gradiente de alguna función escalar**.

$$F = \nabla f$$

Donde f es conocida como la **función potencial para F**

La integral de línea del **campo escalar f** sobre la curva **C** parametrizada mediante $r : [a,b] \to \mathbb{R}^n$ se define como

$$\int_C f\ ds = \int_a^b f(r(t))\ |r'(t)|dt$$

Además, la integral de línea de campo escalar **no depende** de la parametrización de C y tampoco de la orientación de la curva C.

$$\int_C f ds = \int_{C^-} f ds$$

PD: ¿Qué representa la integral de línea cuando $f = 1$?

2. Problemas

Problema 1

Sea $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido como

$$F(x, y, z) = (ayz, -2bxz, 3c(z^2 + xy))$$

Determine las condiciones que deben cumplir las constantes a,b,c para que el campo F sea conservativo. Luego, encuentre el potencial para $a = 2$

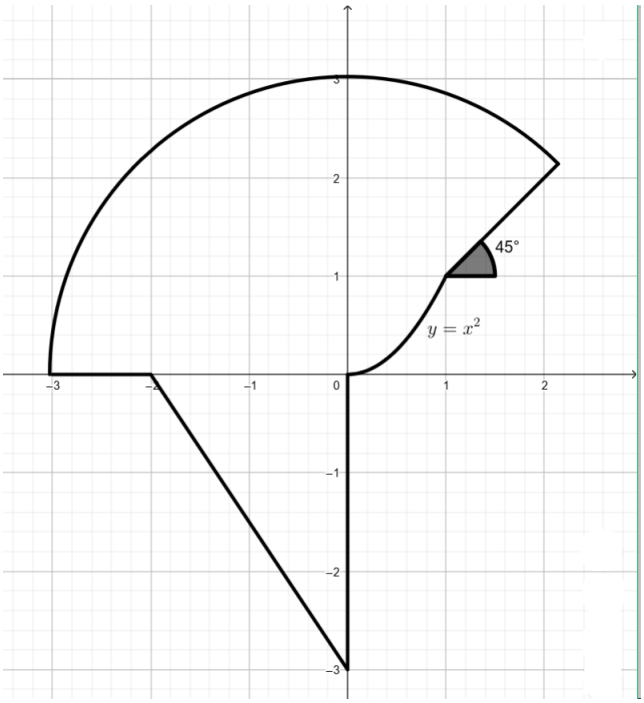
Problema 2

La base de una cerca se puede escribir según la curva C parametrizada como $r(t) = (t^2, 2t)$ con $t \in [0, 1]$ metros. Además, la altura de la cerca está dada por la función $h(x, y) = 100xy$.

Suponga que para pintar 100 m^2 se necesita 1 litro de pintura. Determine la cantidad de pintura necesaria para pintarla por ambos lados.

Problema 3

Calcule $\int_C xds$ donde la curva C es



Problema 4

Calcule la masa y el centro de masa de la hélice centrada en el origen si su densidad es constante e igual al cuadrado de la distancia al origen