Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Calculo III - MAT1630
Profesor: Giancarlo Urzua
Ayudante: Jorge Andrés Matamala O. (jnmatamala@uc.cl)

# Ayudantía 10

Repaso I2

## Problema 1

Sea F un campo conservativo en $\mathbb{R}^2$, cuyas componentes tiene derivadas parciales continuas, tal que $2\ r \cdot F + |r|^2\ divF = 1$ donde $r = x\hat{i} + y\hat{j}$ es el vector posición. Si $C$ es una curva cuya longitud es 8, cerrada, simple, con vector unitario normal exterior $n$, que encierra una región $D$ contenida en $\mathbb{R}^2$ cuya área es 4, entonces

$$\oint_C |r|^2\ F \cdot n ds$$

es igual a:

## Problema 2

Calcule

$$\int_\gamma (2\ x\ e^{x+y} + x^2\ e^{x+y} + y)\ dx\ +\ x^2\ e^{x+y} + x\ dy$$

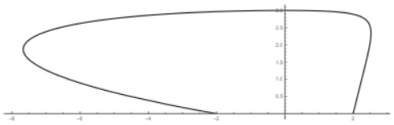
donde $\gamma$ es el segmento de cicloide $\gamma(t) = (t - sen(t), 1 - cos(t))$ que va desde el punto $(2\pi, 0)$ al punto $(0, 0)$

## Problema 3

Suponga que F es un campo vectorial conservativo en la región $\mathbb{R}^2$ exceptuando los puntos $(n, 0)$ con $n$ entero positivo. Además, $\int_{C_n} F \cdot dr = n$ para $n = 1, 2...$ donde $C_n$ es la circunferencia con centro en (0,0) y radio $n + 1/2$. Calcule la integral de línea de F sobre $S_2$, la cual es la circunferencia de centro $(-1, 0)$ y radio $15/4$

## Problema 4

Sea curva $\Gamma$ parametrizada como $r(t) = (cos(t)\ (2 + sen(t)e^t), sen(t)\ (3 + cos^2(t)))$, con $t \in [0, \pi]$ graficada abajo



Calcule la integral de trabajo $\int_\Gamma F\ dr$ donde $F$ es el campo

$$P(x, y) = 3 - \frac{y}{x^2 + y^2} \qquad Q(x, y) = 2 + \frac{x}{x^2 + y^2}$$

## Problema 5

Sea el campo definido como

$$F(x, y, z) = (axy - z^3, (a - 2)x^2, (1 - a)xz^2)$$

1. Para qué valores de a el campo $F$ es gradiente de un potencial
2. Calcule el potencial para esos valores

## Problema 6

Halle el valor de $\int_C (x - 3y)\ dx + (2x + y)\ dy$ donde $C$ es la curva frontera de la región común interior a las curvas $r = sen(\theta)$ y $r = cos(\theta)$ recorrida en sentido positivo.