

Teorema de la Divergencia de Gauss

Cálculo III - MAT1630

Rodrigo Vargas

Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

19 de enero de 2023

Teorema de la Divergencia de Gauss

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Defínción.

La divergencia del campo vectorial $\mathbf{F} = (P, Q, R)$ es el campo escalar

$$\text{div}(\mathbf{F}) = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\,.$$

Teorema. (Teorema de la Divergencia de Gauss)

Sea E una región sólida simple y S la superficie frontera de E, definida con orientación positiva. Sea $\mathbf{F}$ un campo vectorial de clase C^1 en una región abierta que contiene a E. Entonces,

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot dS = \iiint_E \text{div}\mathbf{F}\, dV$$

Teorema de la Divergencia de Gauss

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

EJEMPLO 1 Determine el flujo del campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$ sobre la esfera unitaria.

Teorema de la Divergencia de Gauss

EJEMPLO 2 Calcule $\iint_S \mathbf{F} \cdot dS$, donde

$$\mathbf{F}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + (y^2 + e^{xz^2})\mathbf{j} + \sin(xy)\mathbf{k}$$

y S es la superficie de la región E acotada por el cilindro parabólico $z = 1 - x^2$ y los planos $z = 0$, $y = 0$ y $y + z = 2$.

