PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
TAV 2020

MAT1630 - Control 6

NOMBRE:.....

1. Encuentre una ecuación del plano tangente a la superficie paramétrica

$$r(u,v) = (2u+1, v^3+1, u+v)$$

en el punto (3,2,2).

Solución:

$r_u = (2,0,1)$

$r_v = (0,3v^2,1)$

$r_u \times r_v = (-3v^2, -2, 6v^2)$

$r_u \times r_v(1,1) = (-3,-2,6)$

Luego la ecuación del plano tangente a la superficie paramétrica $r(u,v) = (2u+1, v^3+1, u+v)$ es

$$3x + 2y - 6z = 1$$

2. Considere la superficie S obtenida al rotar la curva $r(t) = (t+1, t^2, 0)$, $t \in [0,1]$, en torno al eje x.

   a) Dé una parametrización de S.

   Solución:

   $x = t+1$

   $y = t^2 \cos\theta$

   $z = t^2 \operatorname{sen}\theta$

   con $0 \leq t \leq 0$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$

b) Exprese la integral que calcula el área de la superficie S.

Solución:

$r_t = (1, 2t\cos\theta, 2t\,\text{sen}\,\theta)$

$r_\theta = (0, t^2\,\text{sen}\,\theta, t^2\cos\theta,)$

$r_t \times r_\theta = (2t^3, -t^2\cos\theta, -t^2\,\text{sen}\,\theta)$

$||r_t \times r_\theta|| = \sqrt{4t^6 + t^4}$

Luego área de la superficie S es

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 t^2\sqrt{4t^2+1}dt$$