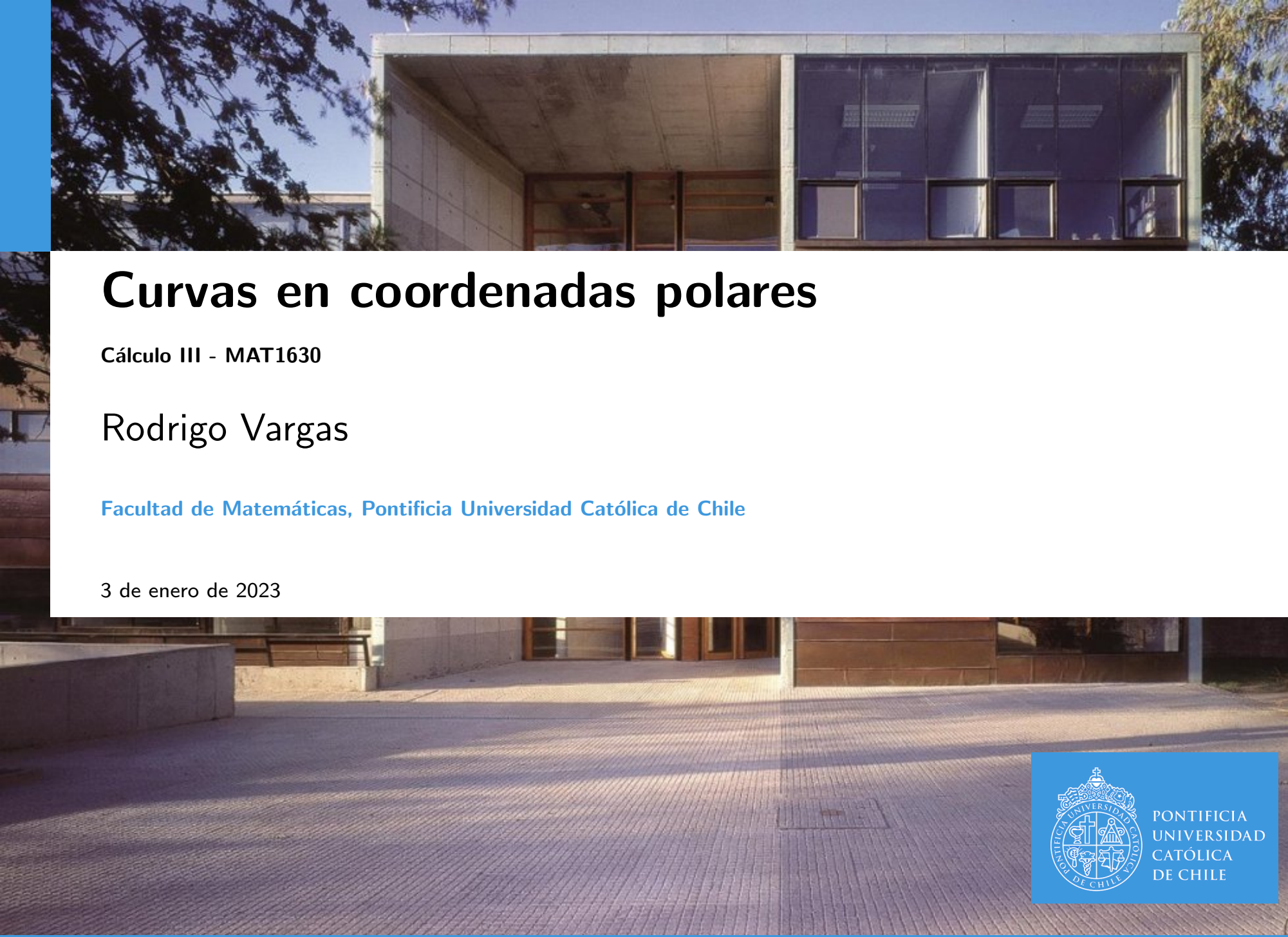


Curvas en coordenadas polares

Cálculo III - MAT1630

Rodrigo Vargas

Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

3 de enero de 2023

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Curvas en coordenadas polares

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Definición.

La gráfica de una ecuación polar $r = f(\theta)$, o de manera más general $F(r, \theta) = 0$, consta de los puntos P que tiene al menos una representación polar (r, θ) cuyas coordenadas satisfacen la ecuación.

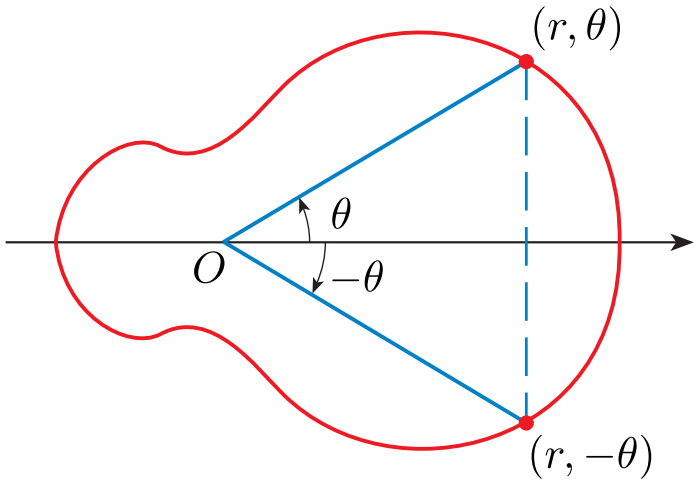
EJEMPLO 1 ¿Qué representa la ecuación polar $r = 2$?

EJEMPLO 2 Bosqueje la curva polar $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Simetría

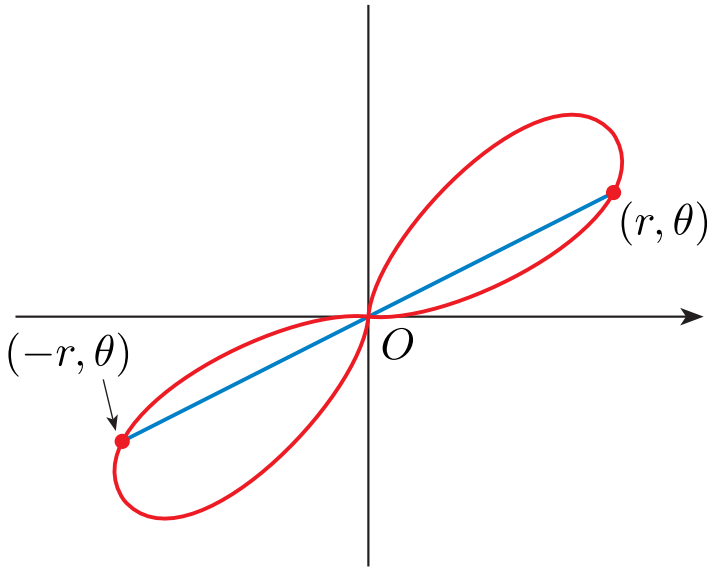
Cuando se bosquejan curvas polares, a veces es útil aprovechar la simetría. Las tres reglas siguientes se explican mediante las siguientes figuras

- Si una ecuación polar permanece sin cambio cuando θ se reemplaza por $-\theta$, la curva es simétrica respecto al eje polar.



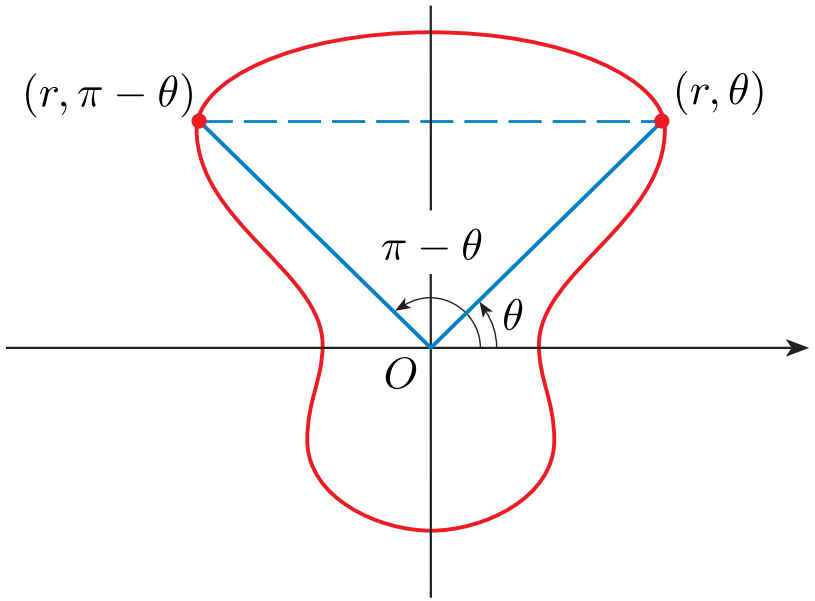
Simetría

- Si la ecuación no cambia cuando r se reemplaza por $-r$, o cuando θ se sustituye por $\theta + \pi$, la curva es simétrica respecto al polo. (Esto significa que la curva permanece sin cambio si se hace girar 180º respecto al origen).



Simetría

- Si la ecuación sigue igual cuando se reemplaza θ por $\pi - \theta$, la curva es simétrica respecto a la línea vertical $\theta = \pi/2$.



Curvas en coordenadas polares

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

EJEMPLO 3

a. Trace la curva con la ecuación polar $r = 2\cos\theta$.

b. Encuentre una ecuación cartesiana para esta curva.

EJEMPLO 4 Bosqueje la curva $r = 1 + \sin\theta$. Llamada cardioide porque tiene la forma de un corazón.

EJEMPLO 5 Bosqueje la curva $r = \cos(2\theta)$. La curva resultante tiene cuatro bucles y se llama rosa de cuatro hojas.

Curvas en coordenadas polares

La conexión entre curvas en coordenadas polares y las ecuaciones paramétricas de una curva se puede ver mediante la relación

$$x = r\cos\theta \qquad y = r\sin\theta$$

Es decir, si $r = f(\theta)$ con $\theta \in [a, b]$ es una curva en coordenadas polares, entonces las ecuaciones paramétricas para esta curva son

$$x = f(\theta)\cos\theta \qquad y = f(\theta)\sin\theta, \qquad \theta \in [a, b]\,.$$

En este caso, θ es el parámetro de la curva.