Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
MAT1620 – Cálculo II
Segundo Semestre 2025

Ayudantía 12

Integrales dobles sobre regiones generales

Problema 1

Calcule las siguiente integrales:

a) $\displaystyle\iint_{\mathcal{R}} \frac{1+x^2}{1+y^2}\,\mathrm{d}A,\ \mathcal{R} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq 1\}$

b) $\displaystyle\iint_{\mathcal{R}} \frac{1}{x+y+1}\,\mathrm{d}A,\ \mathcal{R}$: Región limitada por las rectas $y = 0, x = 1$ e $y = x$.

Problema 2

Calcule las siguientes integrales cambiando el orden de integración de forma conveniente.

a) $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^x \sin(2y-y^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x + \int_1^2 \int_0^{2-x} \sin(2y-y^2)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$

Problema 3

Calcule el área encerrada por la parábola $y = \frac{x^2}{2}$ y la curva $y = \frac{1}{1+x^2}$

Problema 4*

Exprese la región D como una unión de regiones y evalúe la integral

$$\iint_D x^2\,dA$$

La región D es el cuadrado $S = [-1,1] \times [-1,1]$ menos el rombo central R cuyos límites están definidos por $|x| + |y| = 1$.