PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
MAT1620-12
Ayudante: Isabel Kreimerman V. (isabel.kreimerman@uc.cl)

Ayudantía 1

19 agosto, 2022

1.

¿Cuáles de las siguientes integrales es impropia? ¿Por qué?

a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} tan(x)\,dx$

b) $\int_0^{\pi} tan(x)\,dx$

c) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2-x-2}\,dx$

d) $\int_0^{\infty} e^{-x^2}\,dx$

2.

Determine si cada una de las siguientes integrales es convergente o divergente. Evalué las que son convergentes.

a) $\int_3^{\infty} \frac{1}{(x-2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

b) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}\,dx$

c) $\int_2^{\infty} \frac{1}{v^2+2v-3}\,dv$

d) $\int_{-\infty}^{0} ze^{2z}\,dz$

e) $\int_{-\infty}^{\infty} x^3 e^{-x^4}\,dx$

f) $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x}+3}\,dx$

g) $\int_0^1 \frac{3}{x^5}\,dx$

3.

Trace cada una de las siguientes regiones y encuentre su área (si el área es finita).

a) $S = (x, y) : x \leq 0, 0 \leq y \leq e^x$

b) $S = (x, y) : 0 \leq x, 0 \leq y \leq xe^{-x}$

c) $S = (x, y) : 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq sec^2(x)$

4.

Utilice el teorema de la comparación para determinar si cada una de las integrales es convergente o divergente.

a) $\int_0^\infty \frac{x}{x^3+1}\,dx$

b) $\int_1^\infty \frac{2+e^{-x}}{x}\,dx$

c) $\int_1^\infty \frac{x+1}{\sqrt{x^4-x}}\,dx$

Ejercicios extra

1.

Utilice la sustitución $u = \frac{1}{x}$ para demostrar que

$$\int_0^\infty \frac{\ln(x)}{1+x^2}\,dx = 0$$

2.

Utilice el criterio de comparación para notar si las siguientes integrales convergen o divergen

a)

$$\int_0^1 \frac{2+\text{sen}(y)}{\sqrt{y}}\,dy$$

b)

$$\int_1^\infty \frac{2+\text{sen}(y)}{\sqrt{y}}\,dy$$

Según los resultados anteriores, ¿converge la siguiente integral?

$$\int_0^\infty \frac{2+\text{sen}(y)}{\sqrt{y}}\,dy$$