Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
MAT1620 – Cálculo 2
Segundo Semestre del 2025

Ayudantía 4

Criterios de convergencia y series de potencias

Problema 1

Analice las siguientes series para ver si son convergentes o divergentes.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{8^n}$

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos(k\pi)}{k}\left(\pi-\arctan k\right)$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n!}{n^n\prod_{k=1}^{n}b_k}$, $b_n>0$ y $b_n\xrightarrow{n\to\infty}\frac{1}{2}$

Problema 2

Sea $a_n=2^n$ si n es par y $a_n=(-5)^n$ si n es impar. Determine para que valores de $x\in\mathbb{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ es absolutamente convergente y calcule una fórmula explícita para el resultado.

Problema 3

Determine el radio y el intervalo de convergencia de las siguientes series:

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3x+2)^n}{\sqrt{n}}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{nx}{n+1}\right)^n$

Problema 4* - Test de Abel

Sea $(a_n)_n$ una sucesión tal que $\sum a_n$ converge, y $(b_n)_n$ una sucesión monótona y acotada. Demuestre que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$$

Converge.

Hint: *Demuestre primero que* $\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = A_n b_n - \sum_{k=1}^{n-1} A_k (b_{k+1} - b_k)$, con $A_n = \sum_{k=1}^{n} a_n$.

Problema 5* - Propuestos

Determine si la serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(3n^3+1)}{n^2+n+1}$

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt[k]{k} - 1\right)^k$