PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
MAT1620-12
Ayudante: Isabel Kreimerman V. (isabel.kreimerman@uc.cl)

Ayudantía 11

4 de noviembre, 2022

Problema 1

La temperatura T en una bola de metal es inversamente proporcional a la distancia desde el centro de la bola, el cual se considera como el origen. La temperatura en el punto $(1, 2, 2)$ es 120°C.

a) Determine la razón de cambio de T en $(1, 2, 2)$ en la dirección hacia el punto $(2, 1, 3)$.

b) Demuestre que en cualquier punto en la bola la dirección de incremento más grande de temperatura está dado por un vector que apunta hacia el origen.

Problema 2

¿En qué puntos la recta normal que pasa por el punto $(1, 2, 1)$ sobre el elipsoide $4x^2 + y^2 + 4z^2 = 12$ intersecta la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 102$?

Problema 3

Supongamos que $(0, 2)$ es un punto crítico de una función g cuyas segundas derivadas son continuas. En cada caso, ¿qué puede decir con respecto a g?

a) $g_{xx}(0,2) = -1, \qquad g_{xy}(0,2) = 6, \qquad g_{yy}(0,2) = 1.$

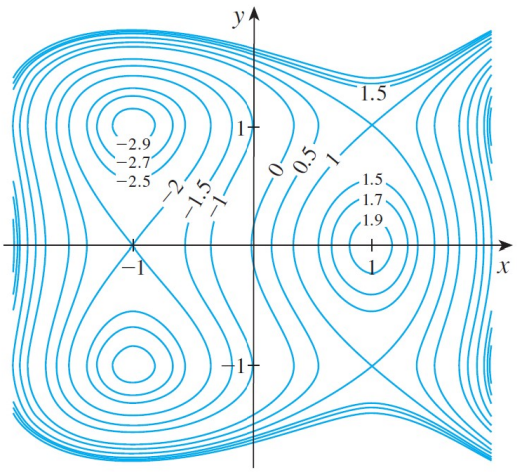
b) $g_{xx}(0,2) = -1, \qquad g_{xy}(0,2) = 2, \qquad g_{yy}(0,2) = -8.$

c) $g_{xx}(0,2) = 4, \qquad g_{xy}(0,2) = 6, \qquad g_{yy}(0,2) = 9.$

Problema 4

Utilice las curvas de nivel de la figura para pronosticar la ubicación de los puntos críticos de f y si f tiene un punto silla o un máximo local o un mínimo local en cada uno de esos puntos críticos. Explique su razonamiento. Luego aplique la prueba de la segunda derivada para confirmar su pronóstico.

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$$



Problema 5

Determine los valores máximos y mínimos absolutos de f sobre el conjunto D.

a) $f(x, y) = x + y - xy$, D es la región triangular cerrada con vértices $(0, 0)$, $(0, 2)$ y $(4, 0)$

Problema 6

Encuentre los puntos sobre el cono $z^2 = x^2 + y^2$ más cercanos al punto $(4, 2, 0)$.

Problema 7

Utilizando multiplicadores de Lagrange, encuentre los valores máximo y mínimo de la función sujeta a la restricción o las restricciones dadas.

a) $f(x, y, z) = xyz, \quad x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$

Problema 8

Considere el problema de maximizar la función $f(x, y) = 2x+3y$ sujeta a la restricción $\sqrt{x}+\sqrt{y} = 5$.

a) Intente usando multiplicadores de Lagrange para resolver el problema.

b) ¿$f(25, 0)$ da un valor mayor que el del inciso a?

c) Resuelva el problema graficando la ecuación de restricción y varias curvas de nivel de f.

d) Explique por qué el método de multiplicadores de Lagrange no resuelve el problema.

e) ¿Cuál es la importancia de $f(9,4)$?

Problema 9

Determine los volúmenes máximo y mínimo de una caja rectangular cuya área superficial es de $1500cm^2$ y cuyo largo total de las aristas es de $200cm$.