PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Facultad de Matemáticas
MAT1620-12
Ayudante: Isabel Kreimerman V. (isabel.kreimerman@uc.cl)

Ayudantía 8

14 de octubre, 2022

Problema 1

Encuentre $h(x,y) = g(f(x,y))$ y el conjunto en el cual h es continua.

$$g(t) = t^2 + \sqrt{t}, \quad f(x,y) = 2x + 3y - 6$$

Problema 2

Determine el conjunto de puntos en los cuales la función es continua.

a) $\cos\sqrt{1+x-y}$

b) $\dfrac{1+x^2+y^2}{1-x^2-y^2}$

c) $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{2x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Problema 3

Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y \leq 0 \text{ ó } y \geq x^4 \\ 1 & \text{si } 0 < y < x^4 \end{cases}$$

a) Demuestre que $f(x,y) \to 0$ cuando $(x,y) \to (0,0)$ a lo largo de cualquier trayectoria que pase por $(0,0)$ de la forma $y = mx^a$ con $a < 4$.

b) No obstante el inciso a), demuestre que f es discontinua en $(0,0)$.

c) Demuestre que f es discontinua sobre dos curvas enteras.

Problema 4

El índice de temperatura de sensación W es la temperatura que se percibe cuando la temperatura real es T y la rapidez del viento es v, de modo que $W = f(T, v)$.

Rapidez del viento (km/h)

Temperatura real (°C) T \ v	20	30	40	50	60	70
−10	−18	−20	−21	−22	−23	−23
−15	−24	−26	−27	−29	−30	−30
−20	−30	−33	−34	−35	−36	−37
−25	−37	−39	−41	−42	−43	−44

a) Estime los valores de $f_T(-15, 30)$ y $f_v(-15, 30)$. ¿Cuáles son las interpretaciones prácticas de estos valores?

b) En general, ¿qué puede decir con respecto a los signos de $\dfrac{\partial W}{\partial T}$ y $\dfrac{\partial W}{\partial v}$?

c) ¿Cuál parece ser el valor del límite siguiente?

$$\lim_{v \to \infty} \frac{\partial W}{\partial v}$$

Problema 5

Calcule las primeras derivadas parciales de la función.

$$f(x, y) = \frac{ax + by}{cx + dy}$$

Problema 6

Use la definición de las derivadas parciales como límites para determinar $f_x(x, y)$ y $f_y(x, y)$ de

$$f(x, y) = xy^2 - x^3y$$

Problema 7

Si $g(x, y, z) = \sqrt{1 + xz} + \sqrt{1 - xy}$, encuentre g_{xyz}.
[Sugerencia: utilice un diferente orden de derivación para cada término.]

Problema 8

El índice de temperatura de sensación se modela mediante la función

$$W = 13{,}12 + 0{,}6215T - 11{,}37v^{0{,}16} + 0{,}3965Tv^{0{,}16}$$

donde T es la temperatura C y v es la rapidez del viento km/h. Cuando $T = -15$ ºC y $v = 30$ km/h, ¿cuánto esperaría con certeza usted que cayera la temperatura aparente W si la temperatura real disminuye 1 ºC? ¿Y si la rapidez del viento se incrementa 1 km/h?