1. Sea $F(x,y) = 1 + \sqrt{4 - y^2}$.

   (a) Evalúe $F(3,1)$.

   (b) Determine y trace el dominio de F.

   (c) Determine el rango o recorrido de F.

a) $F(3,1) = 1 + \sqrt{4 - 1^2} = 1 + \sqrt{3}$

x y

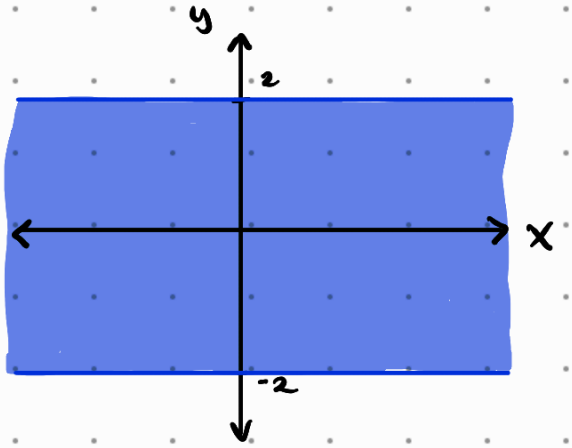
b) Las restricciones son:

$0 \leq 4 - y^2$

$y^2 \leq 4 \ / \sqrt{\ }$

$|y| \leq 2$

$-2 \leq y \leq 2$



$\text{Dom } f = \{(x,y) \mid -2 \leq y \leq 2\}$

c) Dado que $-2 \leq y \leq 2 \rightarrow 0 \leq \sqrt{4 - y^2} \leq 2$

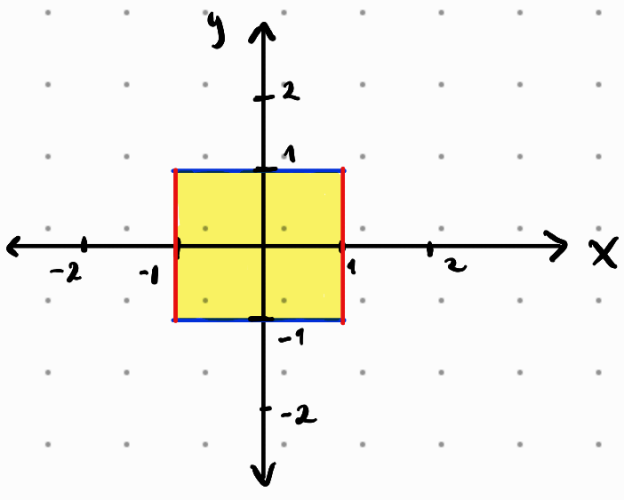
Entonces $F(x,y) = 1 + 0 = 1 \rightarrow$ mínimo valor

$F(x,y) = 1 + 2 = 3 \rightarrow$ máximo valor

$\therefore$ El rango de $F(x,y)$ es $[1, 3]$

2. Determine y grafique el dominio de la función $g(x,y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$.

- $1 - x^2 \geq 0 \rightarrow 1 \geq x^2 \rightarrow |x| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$
- $1 - y^2 \geq 0 \rightarrow 1 \geq y^2 \rightarrow |y| \leq 1 \rightarrow -1 \leq y \leq 1$



3. Trace la gráfica de las siguientes funciones:

(a) $g(x, y) = 10 - 3x + 5y$

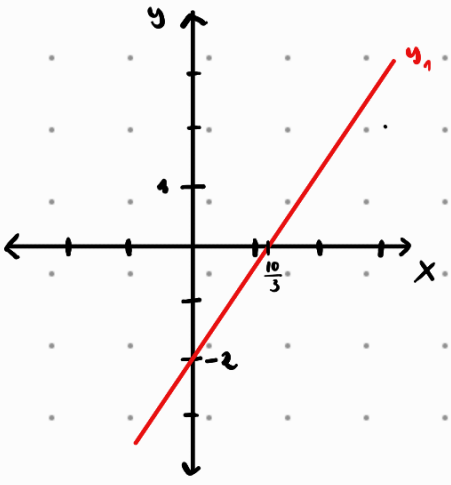
(b) $f(x, y) = 9 - x^2 - 9y^2$.

* Para realizar las gráficas requerimos de usar curvas de nivel y realizar "cortes" a f(x,y) en diferentes planos

a) Para $z = 0$

$5y - 3x + 10 = 0$

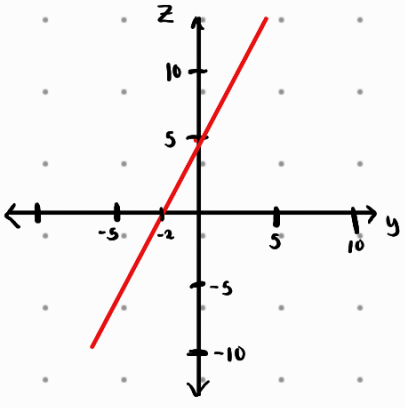
$y = \frac{3}{5}x - 2$



Para $x = 0$

$g(x,y) = z$

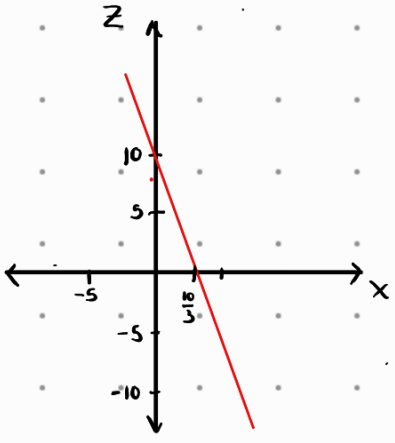
$z = 10 + 5y$



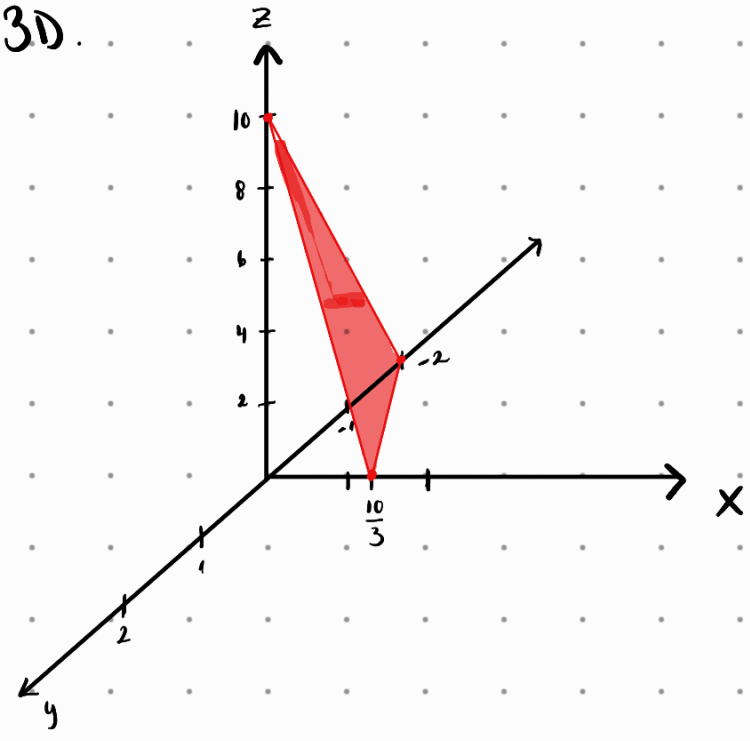
Para $y = 0$

$g(x,y) = z$

$z = 10 - 3x$



El gráfico en 3D.



b) Sea $g(x,y) = z = 9 - x^2 - 9y^2$

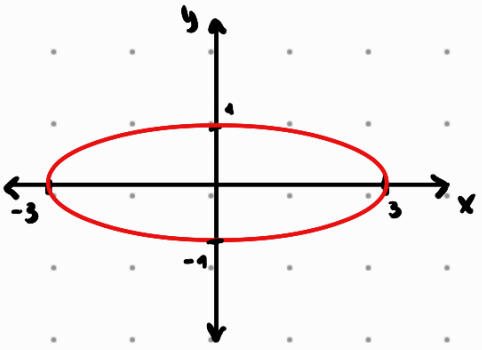
$z = 0$

$0 = 9 - x^2 - 9y^2$

$x^2 + 9y^2 = 9$

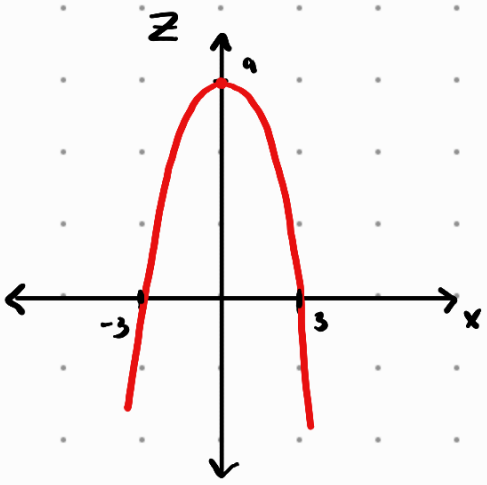
$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$

$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$



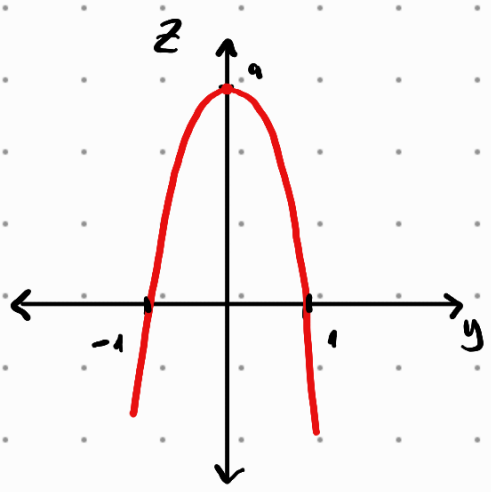
$y = 0$

$z = 9 - x^2$

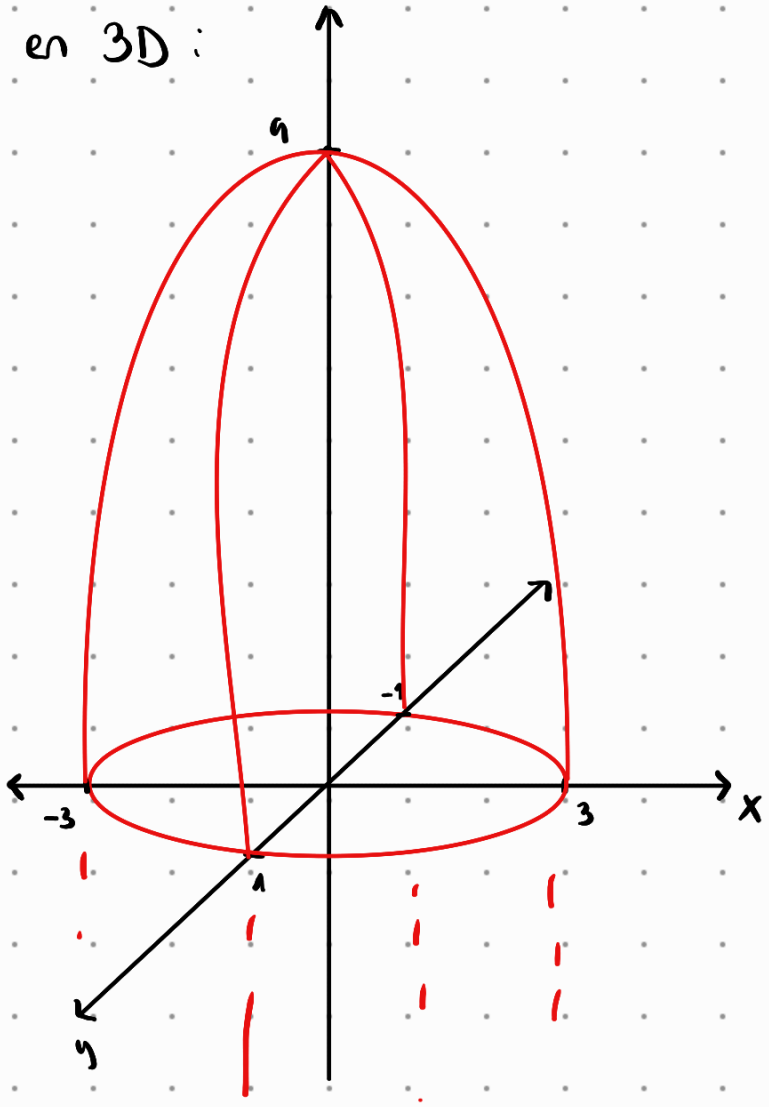


$x = 0$

$z = 9 - 9y^2$

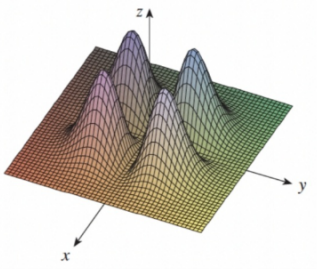


El gráfico en 3D:

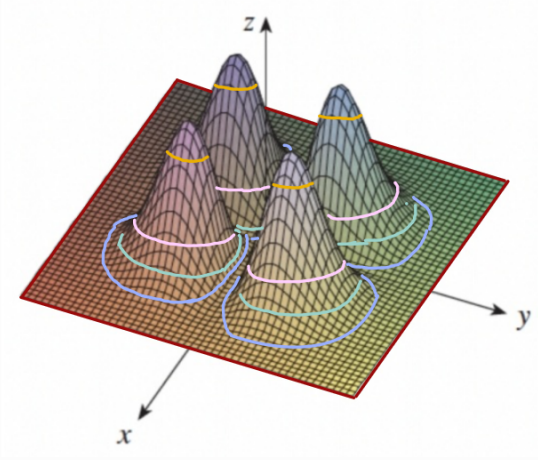


Problema 4

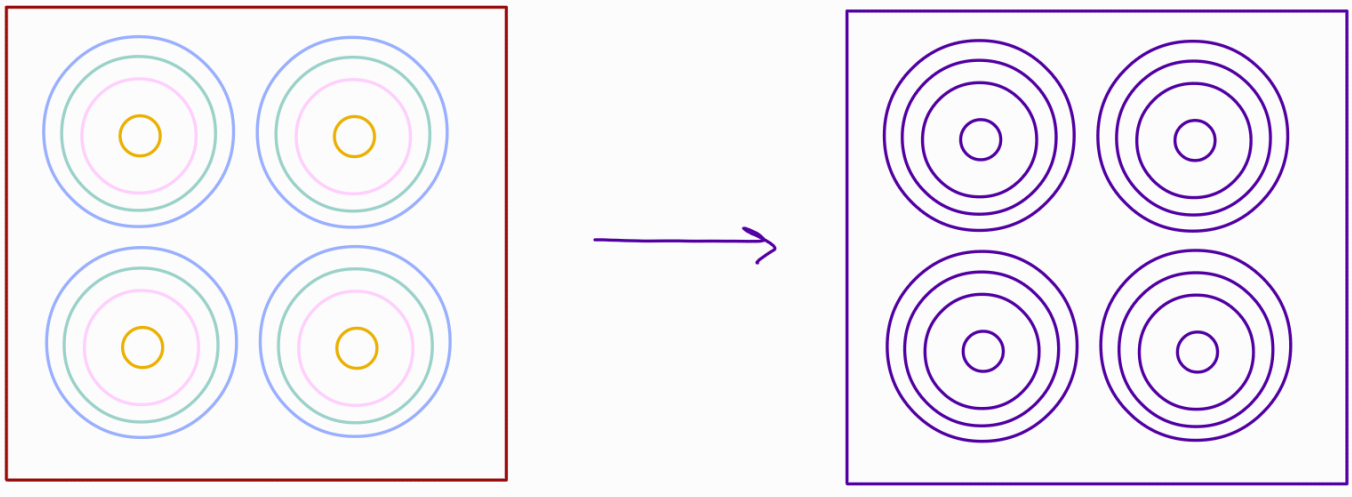
Elabore un esquema aproximado para un mapa de contorno para la función cuya gráfica es la de la figura adjunta.



Para este tipo de problemas, debemos dibujar diversas curvas de nivel para obtener el mapa de contorno, en el dibujo pueden verse en distintos colores, distintas curvas de nivel (para dar una idea, solo es referencia).



Nos centramos sólo en la región mostrada, no sabemos cómo se comporta la función fuera de ella.



Problema 5

Dibuje un mapa de contorno para la función $f(x,y) = (y-2x)^2$.

Usaremos un dominio acotado $(-5,5)\times(-5,5)$.
Identificamos curvas de nivel "fáciles" de ver.

$$(y-2x)^2 = 0 \iff y-2x = \pm 0 \iff y = 2x \pm 0$$
$$(y-2x)^2 = 1 \iff y-2x = \pm 1 \iff y = 2x \pm 1$$
$$(y-2x)^2 = 4 \iff y-2x = \pm 2 \iff y = 2x \pm 2$$
$$(y-2x)^2 = 9 \iff y-2x = \pm 3 \iff y = 2x \pm 3$$
$$\vdots$$
$$y = 2x + k \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Vemos que eso funciona para las curvas de nivel cuando la función toma valores de cuadrados perfectos $(1, 4, 9, 16, \ldots)$

