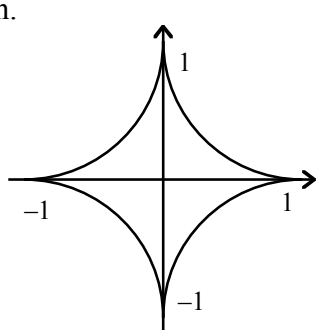
Calcular la longitud de la curva cerrada de ecuación, $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$.

Solución:

Fácilmente se comprueba que las ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \operatorname{sen}^3 t \end{cases} \qquad (0 \le t \le 2\pi)$$

representan la curva en cuestión.



Entonces, por simetría,

$$L = 4\int_0^{\pi/2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\, dt = 12\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos^4 t \operatorname{sen}^2 t + \operatorname{sen}^4 t \cos^2 t}\, dt = 12\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} t \cos t\, dt = 6$$

.