Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA A

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 45 minutos

Fecha : 8 de Abril de 2016

1. Calcule $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\operatorname{sen}(4x)}$

Solución

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{\operatorname{sen}(4x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+x+1-1}{\operatorname{sen}(4x)(\sqrt{x^2+x+1}+1)}$
0,5 pts.

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x(x+1)}{\operatorname{sen}(4x)(\sqrt{x^2+x+1}+1)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+1}{4\dfrac{\operatorname{sen}(4x)}{4x}(\sqrt{x^2+x+1}+1)}$
1.0 pts.

$= \dfrac{1}{8}$. **0,5 pts.**

2. Sea f función continua en $x=0$ y tal que

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}\,(f(x+y) = f(x)+f(y)+x^2y+xy^2)$$

Además

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

Calcule $f'(0)$ y $f'(x)$

Solución

Dada la condición en la hipótesis, tenemos que:
$f(0+0) = 2f(0)$, por lo tanto $f(0) = 0$
0,5 pts.

Luego $f'(0) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(h)}{h}$,
0,5 pts.
y por la segunda condición de la hipótesis

$$f'(0) = 1$$

Además

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x)+f(h)+x^2h+xh^2-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(h)}{h} + x^2 + xh = 1 + x^2.$$

1,0 pts.

3. Si $h(x) = f\Big(g(x)\Big)\,(g(x)+f(x))$ donde $f(1)=3, g(1)=2, g'(1)=2, f(2)=4, f'(1)=2$ y $f'(2)=3$. Entonces se cumple:

   a) $h'(1) = 50$

   b) $h'(1) = 36$

   c) $h'(1) = 46$ **Respuesta correcta**
   2,0 pts.

   d) $h'(1) = 12$

   e) Ninguna de las anteriores.

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 1.

FILA B

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 45 minutos

Fecha :8 de Abril de 2016

1. Calcular $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\text{sen}(x)}{2x-\pi}$

Solución

Sea $2x-\pi=y,$ entonces si $x\to\pi/2$ se tiene que $y\to 0.$
0,5 pts.

Por lo tanto

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{1-\text{sen}(x)}{2x-\pi} = \lim_{y\to 0} \frac{1-\text{sen}((y/2)+(\pi/2))}{y}$$

$$= \lim_{y\to 0} \frac{1-\cos(y/2)}{y} = \lim_{y\to 0} \frac{sen^2(y/2)}{y(1+\cos(y/2)}$$
1 pts.

$$\frac{1}{2}\lim_{y\to 0} \frac{sen(y/2)}{y/2}\frac{\text{sen}(y/2)}{(1+\cos(y/2)} = \frac{1}{2}1\frac{0}{2}=0$$
0,5 pts.

2. Sea f función continua en $x=0$ tal que

$$\forall x\in\mathbb{R}(|f(x)|\leq x^2)$$

Calcule $f'(0)$.

Solución

$|f'(0)| = \left| \lim_{h\to 0} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h} \right|$

Dado que

$$\forall x \in \mathbb{R}(|f(x)| \leq x^2)$$

Entonces $|f(0)| \leq 0,$ por lo tanto $f(0) = 0$ y además $|f(h)| \leq h^2$

1,0 pts.

Luego

$$|f'(0)| = \lim_{h\to 0} \frac{|f(h)|}{|h|} \leq \lim_{h\to 0} \frac{h^2}{|h|} = 0$$

Por lo tanto

$$f'(0) = 0$$

1,0 pts.

3. Sea $h(x) = \dfrac{f\Big(g(x)\Big)}{g(x)}$ donde $f(1) = 3, f(2) = 4, g(1) = 2, g'(1) = -3, f'(1) = -2$ y $f'(2) = -4$.

   Entonces se cumple:

   a) $h'(1) = 9$**Respuesta correcta2,0 pts.**

   b) $h'(1) = -19/4$

   c) $h'(1) = 3$

   d) $h'(1) = -9/4$

   e) Ninguna de las anteriores.

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.