PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer semestre 2023

Ayudantía 11 - MAT1610

1. (a) Determine la antiderivada general de la función

$$g(x) = \frac{2 + x^2 + x\sqrt{1 + x^2}}{1 + x^2}$$

   (b) Determine la función f tal.

$$f''(x) = \text{sen}(x) + \cos(x) \text{ y } f(0) = 3 \text{ y } f'(0) = 7$$

   (c) Determine una función f tal que $f'(x) = x^3$ y la recta $x + y = 0$ sea tangente a la grafica de f.

2. (a) Determine una región cuya área sea igual al límite dado, identificándolo como una suma de Riemann: $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\sqrt{n^2 + kn}}{n^2}$

   (b) Determine una región cuya área sea igual al límite dado, identificándolo como una suma de Riemann: $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\ln(n + k) - \ln(n)}{n}$

3. Demuestre que $\frac{\sqrt{2}\pi}{24} \leq \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(x)dx < \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{x}dx \leq \frac{1}{2}$.

4. Determine la constante a y la función $f(x)$ tales que

$$\int_a^{2x-a} f(t)dt = \text{sen}(x - a) + \arctan(x - a) + a - 2$$