Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 3.

FILA A

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 28 de Octubre de 2016

1. ¿En cuál(es) punto(s) sobre la curva

$$y = 1 + 20x^3 - x^5$$

la recta tangente tiene la mayor pendiente?
Solución
Dada $y = 1+20x^3-x^5$ entonces la pendiente de la tangente está dada por $y'(x) = 5x^2(12-x^2)$
0,5 pts.

Por lo tanto queremos ver donde es máxima la pendiente, se tiene que:

$$y''(x) = 20x(6 - x^2)$$

Luego

$$y''(x) = 0 \leftrightarrow x = 0 \vee x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{6}$$

0,5pts pto.

Dado que en $(-\sqrt{6}, 0) \cup (\sqrt{6}, \infty)$ la segunda derivada en negativa, tenemos que la función pendiente está decreciendo y como en $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (0, \sqrt{6})$ la segunda derivada es positiva, la función pendiente está creciendo, entonces los valores máximos de la pendiente se producen para

$$x = -\sqrt{6} \wedge x = \sqrt{6}$$

0,5 pts.

Por lo tanto, los puntos de mayor pendiente son

$$(-\sqrt{6}, 1 - 84\sqrt{6}) \wedge (\sqrt{6}, 1 + 84\sqrt{6})$$

0,5 pts.

2. Sea $0 \leq c \leq 1$, calcule:

$$\int_0^1 |x^2 - c|\, dx$$

Solución
Dado que $x^2 - c > 0 \longleftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{c}) \cup (\sqrt{c}, \infty)$
0,5 pts.

entonces

$$\int_0^1 |x^2 - c|\, dx = \int_0^{\sqrt{c}} (c - x^2)dx + \int_{\sqrt{c}}^1 (x^2 - c)dx = \frac{4c\sqrt{c}}{3} + \frac{1}{3} - c$$

1,5 pts

3. **Sea f una función derivable, tal que $f(1) = f'(1) = 2$ y g definida por**

$$g(x) = \int_0^x (x - t^3)f(t)dt$$

Entonces el valor de $g''(1)$ es:

a) 10

b) 14

c) -6

d) -2**Respuesta correcta**
2,0pts.

e) **Ninguno de los anteriores.**

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 3.

FILA B

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 28 de Octubre de 2016

1. ¿En cuál(es) punto(s) sobre la curva

$$y = 1 + 40x^3 - 3x^5$$

la recta tangente tiene la mayor pendiente?
Solución
Dada $y = 1 + 40x^3 - 3x^5$ entonces la pendiente de la tangente está dada por $y'(x) = 120x^2 - 15x^4$)
0,5 pts

Por lo tanto queremos ver donde es máxima la pendiente, se tiene que:

$$y''(x) = 60x(4 - x^2)$$

Luego

$$y''(x) = 0 \leftrightarrow x = 0 \vee x = -2 \vee x = 2$$

0,5pts.
Dado que en $(-2, 0) \cup (2, \infty)$ la segunda derivada en negativa, tenemos que la función pendiente está decreciendo y como en $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ la segunda derivada es positiva, la función pendiente está creciendo, entonces los valores máximos de la pendiente se producen para

$$x = -2 \wedge x = 2$$

0,5 pts.
Por lo tanto, los puntos de mayor pendiente son

$$(-2, -223) \wedge (2, 225)$$

0,5 pt

2. Sea $0 \leq c \leq 2$, calcule:

$$\int_0^2 |x^2 - c|\, dx$$

Solución
Dado que $x^2 - c > 0 \longleftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{c}) \cup (\sqrt{c}, \infty)$
0,5 pts
entonces

$$\int_0^2 |x^2 - c|\, dx = \int_0^{\sqrt{c}} (c - x^2) dx + \int_{\sqrt{c}}^2 (x^2 - c) dx = \frac{4c\sqrt{c}}{3} + \frac{8}{3} - 2c$$

1,5

3. Sea g una función derivable, tal que $g(1) = g'(1) = 4$ y f definida por

$$f(x) = \int_0^x (x - t^2) g(t) dt$$

Entonces el valor de $f''(1)$ es:

a) 12

b) 24

c) 0**Respuesta correcta**
2,0 pts.

d) 8

e) **Ninguno de los anteriores.**