Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 2.

FILA A

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 60 minutos

Fecha : 5 de Mayo de 2017

1. Usando aproximación lineal, demuestre que si $x \approx 0$ entonces $\tan(x) \approx x$.

Solución
Utilizando aproximación lineal tenemos que:

$$\tan(x) \approx \tan(0) + \sec^2(0)x = x$$

2. Demuestre la identidad:

$$2\,\text{arc sen}(x) \;=\; \text{arc cos}(1-2x^2),\; 0 \leq x \leq 1.$$

Sea $f(x) \;=\; 2\,\text{arc sen}(x) - \text{arc cos}(1-2x^2)$ con $0 \leq x \leq 1$.
Entonces

$$f'(x) \;=\; \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \;-\; \frac{4x}{\sqrt{4x^2-4x^4}} \;=0$$

Por lo tanto la función $f(x)$ es una función constante. Para calcular la constante evaluamos f en cualquier punto de su dominio, por ejemplo en $x = 1$
Observación : Pueden evaluar en cualquier otro punto del dominio

$f(1) \;=\; 2\,\text{arc sen}(19 - \text{arc cos}(-1) \;=\; 2\frac{\pi}{2} - \pi \;=\; 0$
Por lo tanto

$$2\,\text{arc sen}(x) \;=\; \text{arc cos}(1-2x^2),\; 0 \leq x \leq 1.$$

3. El límite

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\operatorname{sen}(x)}{x^3} \right)$$

es:

a) 0

b) ∞

c) $\frac{1}{6}$ **Respuesta correcta**

d) $\frac{2}{3}$

e) Ninguna de las anteriores.

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 2.

FILA B

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 60 minutos

Fecha :5 de Mayo de 2017

1. Usando aproximación lineal, demuestre que si $x \approx 0$ entonces $e^x \approx 1 + x$.

Solución
Utlizando aproximación lineal, tenemos que

$$e^x \approx 1 + 1x = 1 + x$$

2. Demuestre la identidad:

$$\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \;=\; 2\arctan(\sqrt{x}) \;-\; \frac{\pi}{2},\; x \geq 0.$$

Solución
Sea

$$f(x) \;=\; \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \;-\; 2\arctan(\sqrt{x})$$

Entonces

$$f'(x) \;=\; \frac{2(x+1)}{\sqrt{4x}(x+1)^2} \;-\; \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \;=\; 0$$

Por lo tanto $f(x)$ es una función constante y para determinar la constante, basta con evaluar f en cualquier punto de su dominio, lo haremos para $x = 0$.

$$f(0) \;=\; \operatorname{arc\,sen}(-1) - 2\arctan(0) \;=\; -\frac{\pi}{2}$$

Observación: pueden evaluar en cualquier otro punto del dominio
Por lo tanto

$$\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \;=\; 2\arctan(\sqrt{x}) \;-\; \frac{\pi}{2},\; x \geq 0.$$

3. El límite

$$\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1 - \sec(x)}{x^2} \right)$$

es:

a) 1

b) ∞

c) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

d) 0

e) Ninguna de las anteriores.**Respuesta correcta**

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.