PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer semestre 2023

Ayudantía 7 - MAT1610

1. La cantidad de carga, Q, en coulombs (c) que ha pasado por un punto de un alambre hasta el tiempo t (medido en segundos) se expresa con $Q(t) = t^3 - 2t^2 + 6t + 2$. Encuentre la corriente cuando $t = 0{,}5s$ y cuando $t = 1s$. La unidad de corriente es el ampere ($1A = 1\frac{c}{s}$). ¿En qué momento la corriente es la más baja?

2. En un depósito en forma de cono invertido el agua sale de a razón de $10000\frac{cm^3}{min}$ al mismo tiempo que se bombea agua al depósito a razón constante. El depósito mide $6m$ de altura, y el diámetro en la parte superior es de $4m$. Si el nivel del agua se eleva a razón de $20\frac{cm}{min}$ cuando la altura del agua es de $2m$, calcule la razón a la cual el agua está siendo bombeada hacia el tanque.

3. La ley de Boyle establece que, cuando se comprime una muestra de gas a una temperatura constante, el producto de la presión y el volumen se mantiene constante: $PV = C$.

   (a) Encuentre la razón de cambio del volumen respecto a la presión.

   (b) Una muestra de gas está en un recipiente a baja presión y se le comprime paulatinamente a temperatura constante durante 10 minutos. ¿El volumen disminuye con mayor rapidez al principio o al final de los 10 minutos? Explique.

   (c) Demuestre que la compresibilidad isotérmica (véase el ejemplo 5) se expresa mediante $\beta = \frac{1}{P}$

4. Si $p(x)$ es el valor total de la producción cuando hay x trabajadores en una planta, entonces la productividad promedio de la fuerza de trabajo en la planta es

$$A(x) = \frac{p(x)}{x}$$

   (a) Obtenga $A'(x)$. ¿Por qué quiere la empresa contratar a más trabajadores si $A'(x) > 0$?

   (b) Demuestre que $A'(x) > 0$ si $p(x)$ es mayor que la productividad promedio.

5. Utilice la aproximación lineal (o diferenciales) para estimar cada uno de los siguientes valores:

   (a) $\tan(44°)$

   (b) $e^{0.0021}$