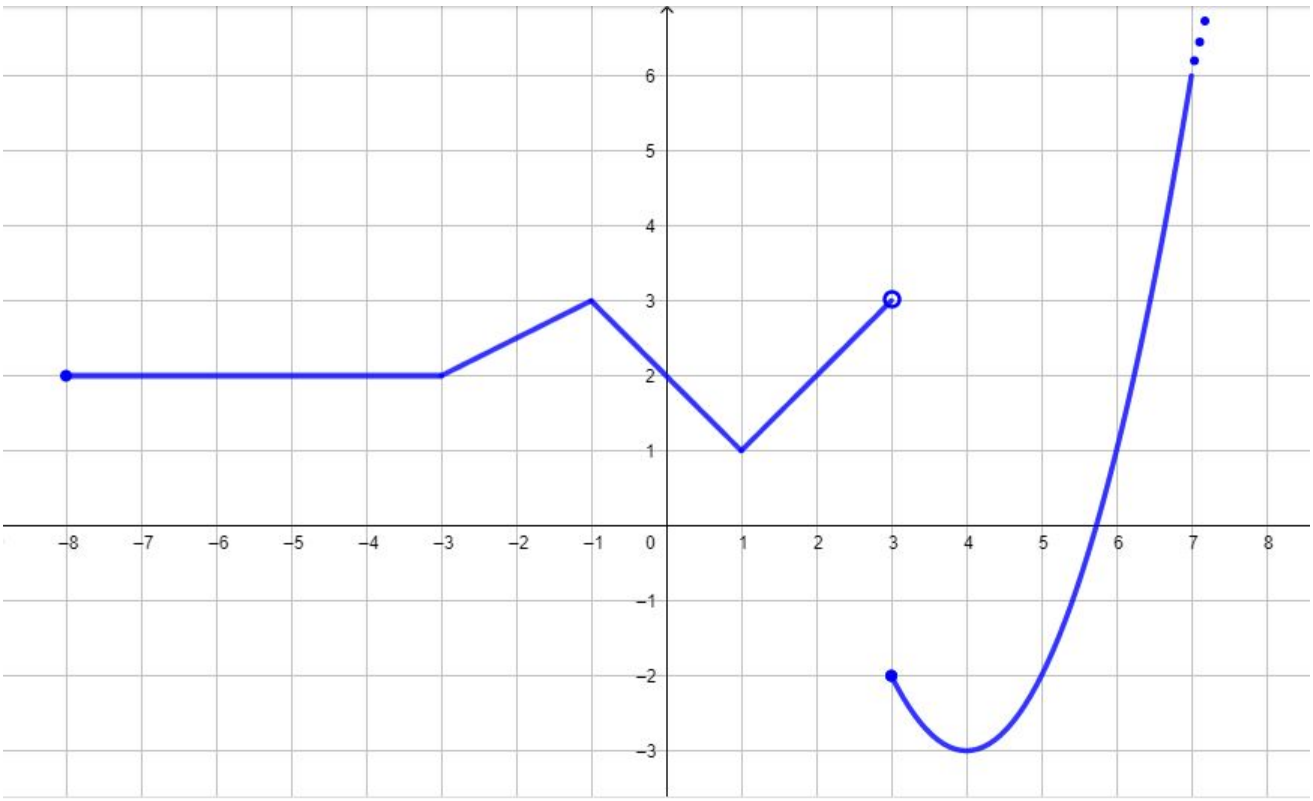
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2023

Ayudantía 4 - MAT1610

1. Para la función f cuya grafica está dada



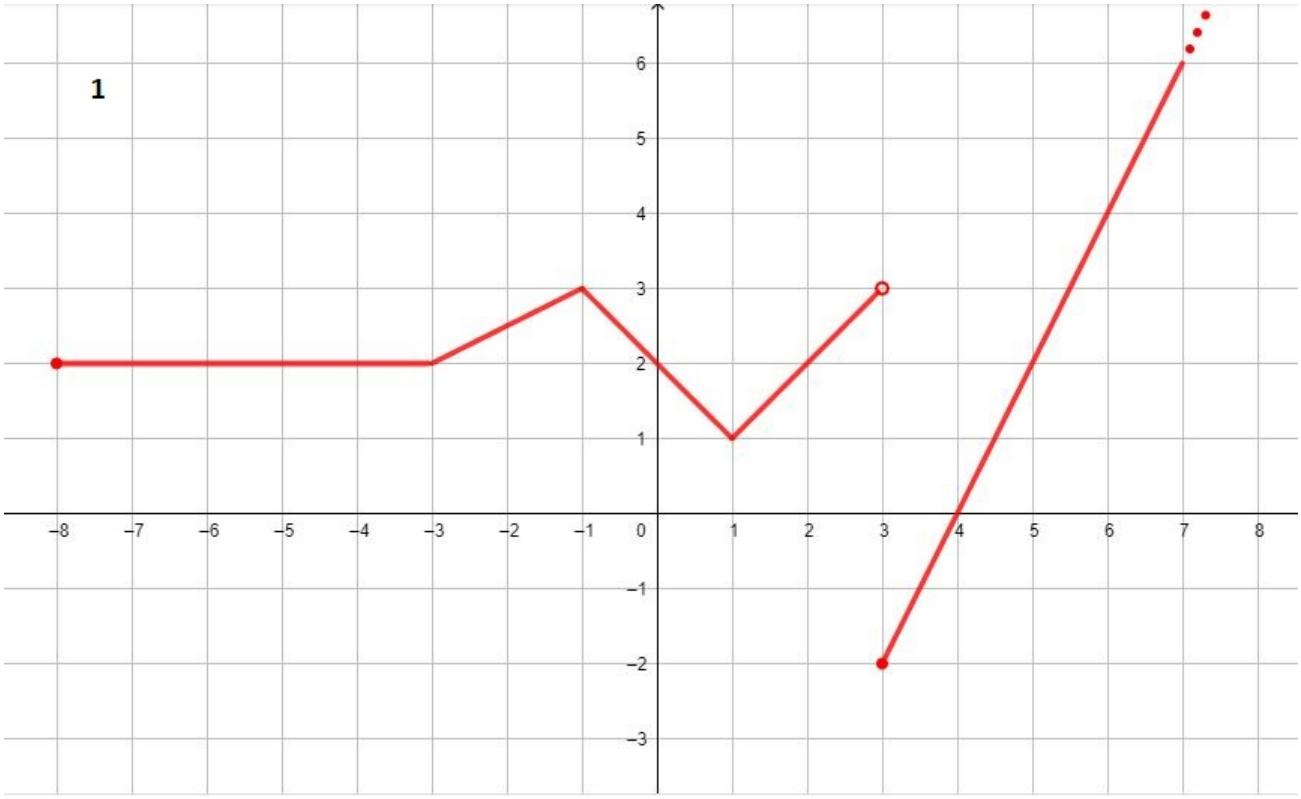
(a) Ordene, de menor a mayor, los siguientes valores $f'(-\frac{7}{2})$, $f'(-2)$, $f'(0)$ y $f'(2)$. Justifique.

(b) Determine, si existe, el valor de $f'(-3)$, $f'(3)$, $f''(-2)$. Justifique.

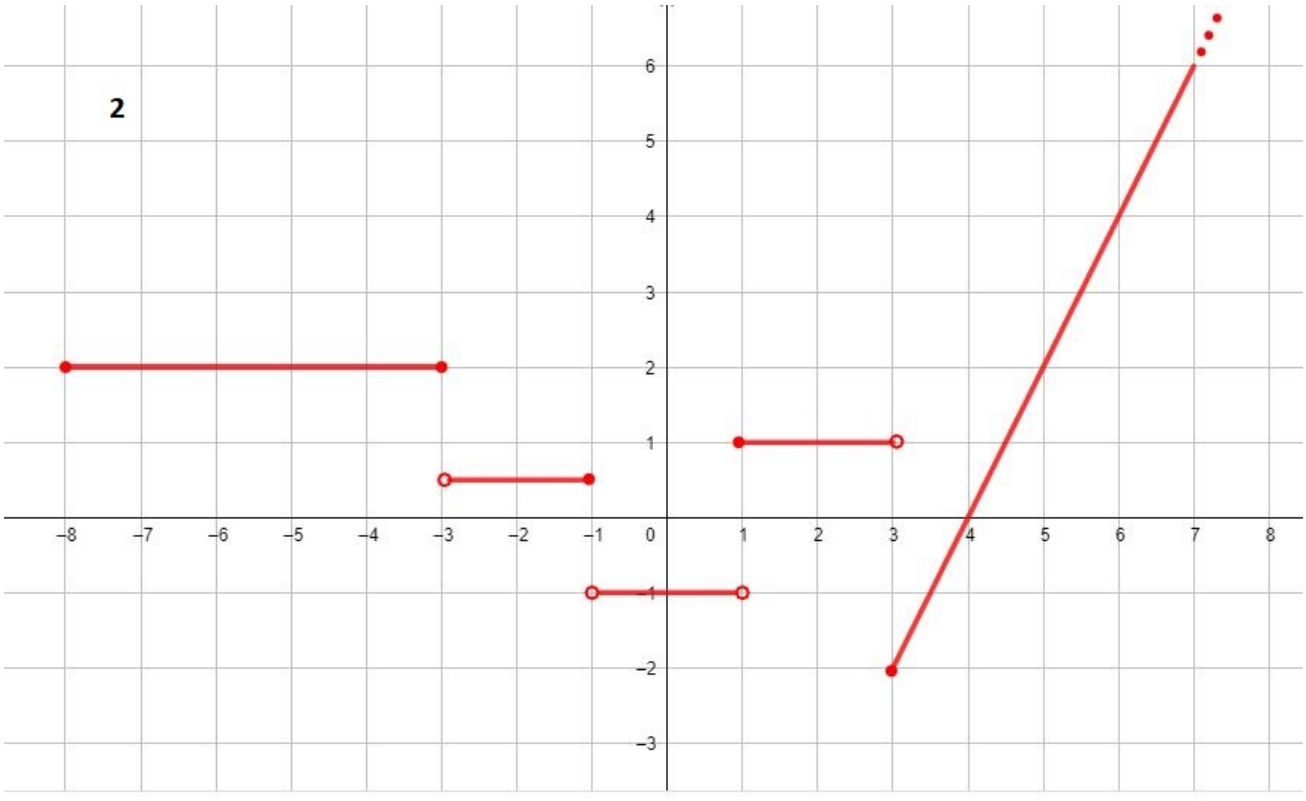
(c) Determine el valor de $g'(4)$ donde $g(x) = \dfrac{f(x)}{x + f(x)}$.

(d) Determine cuál de las siguientes gráficas corresponde a la gráfica de la función $f'(x)$.

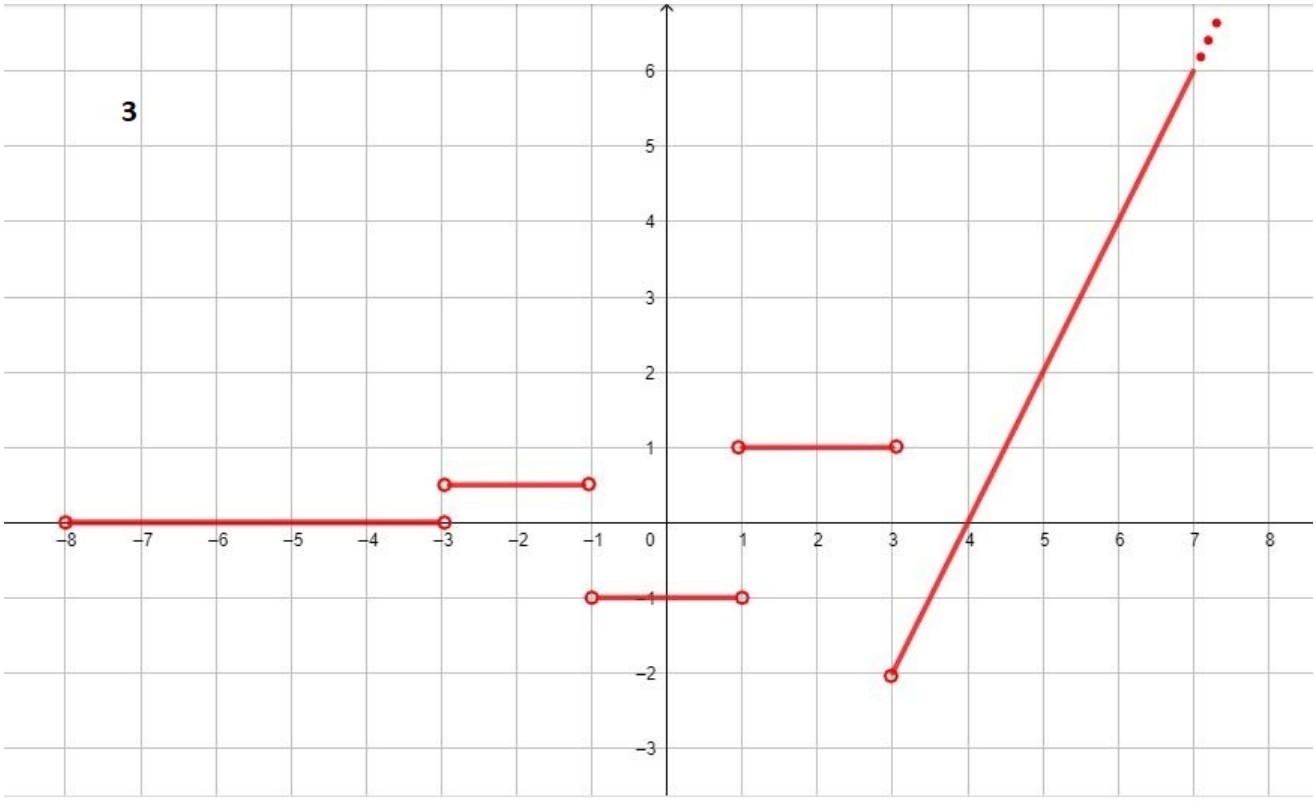
1


6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

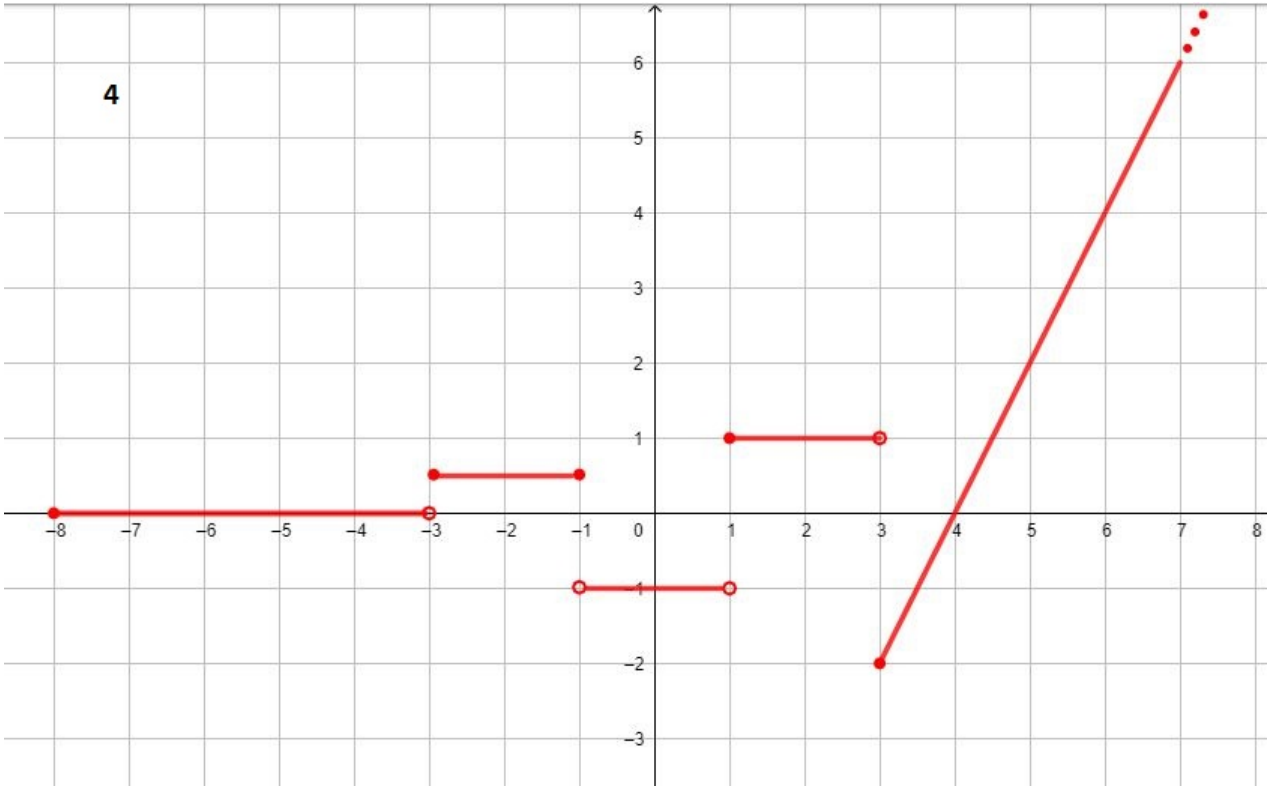
2


6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

3


6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8

4


6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8

2. Demuestre que la función $f(x) = (x+1)\,|x+1|$ es derivable en $x = -1$.

3. Sea f una función definida en todo $\mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$ y $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = L$. Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.

   (a) f es derivable en 0

   (b) $L = 0$.

   (c) $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$

4. Use las reglas de derivación para:

   (a) Determinar la función derivada de $f(x) = \dfrac{\pi}{x^3} - 3\cot(x) - \frac{1}{\sqrt[3]{4x^2}} + 10a + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$, $a \in \mathbb{R}$

   (b) Determinar la función derivada y el valor $f'\left(-\frac{3}{2}\right)$ para $f(x) = \dfrac{[x]x^2}{x^2 + 3x + \frac{13}{4}}$

   (c) Demostrar que si $f(x) = e^x \operatorname{sen}(x)$ entonces $f''(x) - 2f'(x) + 2f(x) = 0$

Desafíos... Ejercicios extras para los alumnos

Extra 1: Para función $f(x) = \frac{1}{x+2}$, determine:

(a) Si existe, algún punto donde la recta tangente a f en dicho punto es horizontal. Justifique.

(b) Si existen, valores de a y b tales que la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto (a, b) pasa por el origen.

Extra 2: Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} ax + b\sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \\ \\ \cos(bx) + a & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) ¿Para qué valores a y b en $\mathbb{R}$ la función f es continua en $x = 0$?

b) ¿Para qué valores a y b en $\mathbb{R}$ la función f es derivable en $x = 0$?