Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
TAV 2022

MAT1610-Cálculo I
Guía 1 Límites

Ejercicios de Límites.

Límites

1. Demostrar usando la definición los siguientes límites:
   (a) $\lim_{x\to -2} 3x+5 = -1$
   (b) $\lim_{x\to 3} x^2 - 1 = 8$
   (c) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x}{x+1} = \dfrac{2}{3}$
   (d) $\lim_{x\to 2} \dfrac{2}{(x-2)^2} = +\infty$
2. Calcular los siguientes límites:

1) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$

2) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

3) $\lim_{x\to 5} \dfrac{x^2-3x-10}{25-x^2}$

4) $\lim_{x\to -1} \dfrac{1-x^2}{x^2+3x+2}$

5) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

6) $\lim_{x\to a} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$

7) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

8) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2+5}{x^2-3}$

9) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x}{1-x}$

10) $\lim_{x\to 1} \dfrac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1}$

11) $\lim_{x\to 2} \left(\dfrac{1}{x(x-2)^2} - \dfrac{1}{x^2-3x+2} \right)$

12) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^m-1}{x^n-1}$

13) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}$

14) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[n]{x}-1}{\sqrt[m]{x}-1}$

15) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{(x+1)^{10}+(x+2)^{10}+\ldots+(x+100)^{10}}{x^{10}+10^{10}}$

3. Calcular los siguientes límites

$$16) \quad \lim_{x\to 2} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$$

$$17) \quad \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{1-x^3}\right)$$

$$18) \quad \lim_{x\to 64} \frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$$

$$19) \quad \lim_{x\to 0} \csc x - \cot x$$

Limites Laterales

4. Determinar el valor de la constante C de modo que la función el límite exista en $x = 7$

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{x^2-49}{x-7} & x > 7 \\ C \cdot x^2 + 5 & x \leq 7 \end{cases}$$

5. Determinar los valores de las constantes a, b de modo que el límite de la función exista en para todo $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(ax+b)^2-b^2}{ax} & x < 0 \\ a + 1 + 4ax + \frac{2b}{x+1} & x > 0 \\ -14 & x = 0 \end{cases}$$

6. Determine $A, B \in \mathbb{R}$ de modo que

$$f(x) = \begin{cases} -2\operatorname{sen} x & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A\operatorname{sen} x + B & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x \end{cases}$$

el límite de la función exista en $\mathbb{R}$.

7. Determine condiciones sobre a y b en $\mathbb{R}$ para que el límite de $f(x)$ exista en $x = 1$ y $x = 4$ con

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a\left(x^3-x\right)}{3(x-1)} & \text{si} \quad x < 1 \\ 2ax + b & \text{si} \quad 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2-16}{x-4} & \text{si} \quad 4 < x \end{cases}$$

8. Muestre que $\lim_{x\to 1^+} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ y $\lim_{x\to 1^-} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ existen pero que $\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|}{|2x-1|-1}$ no existe.

Asíntotas Verticales

Determine las asíntotas verticales para las siguientes funciones:

a) $f(x)\dfrac{3x^2-1}{x^2-3}$.

b) $f(x) = \tan(x)$

c) $f(x) = \ln(x)$