PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2019

PREPARANDO EXAMEN - MAT1610

1. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la aproximación lineal, en $x = 0$, de la función indicada?

   A) $\text{sen}(x) \approx 0$.
   B) $\cos(x) \approx 0$.
   C) $\text{sen}(x) \approx x$.
   D) $\cos(x) \approx x$.

2. Si f es una función continua en el intervalo cerrado $[-1, 1]$ con $f(-1) = 3$ y $f(1) = 3$ ¿Cuál de las siguientes condiciones adicionales garantiza que existe un número c en el intervalo abierto $(-1, 1)$ tal que $f'(c) = 0$?

   A) f tiene extremo local en el intervalo abierto $(-1, 1)$.
   B) f es derivable en el intervalo abierto $(-1, 1)$.
   C) El gráfico de f sobre $(-1, 1)$ no tiene rectas tangentes verticales.
   D) Ninguna condición adicional es necesaria.

3. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tal que $f(x) = \dfrac{\sin^2(x)}{x}$ si $x \neq 0$. Los valores de $f(0)$ y $f'(0)$ son:

   A) $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$.
   B) $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$.
   C) $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$.
   D) $f(0)$ no existe y por lo tanto $f'(0)$ tampoco.

4. Si $F(x) = \displaystyle\int_x^e \ln(t)\, dt$ para todo $x > 0$ entonces $F'(x)$ es igual a:

   A) $-\ln(x)$.
   B) $\dfrac{1}{x}$.
   C) $1 - \ln(x)$.
   D) $\ln(x) - 1$.

5. $\displaystyle\int_{-6}^{-4} |x+1|\,dx$

   A) 2.

   B) -2.

   C) 8.

   D) -8.

6. Si el punto (x, y) pertenece a la recta $y = 2x - 8$, ¿Cuál es el mínimo valor del producto xy?

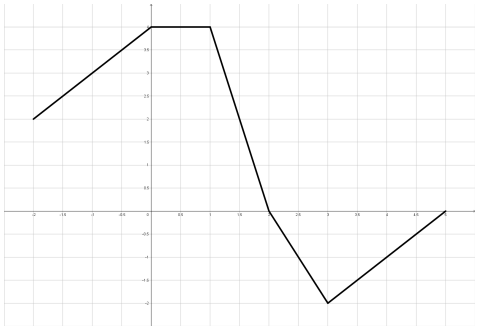
   A) -16

   B) -8

   C) -4

   D) 0

7. El gráfico corresponde a la curva $y = f(x)$. El valor de $\displaystyle\int_{-2}^{5} f(x)\,dx$ es:



   A) 5.

   B) 9.

   C) 11.

   D) 15.

8. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x^2)}{\ln(1-x^2)} =$

   A) -1.

   B) 0.

   C) 2.

   D) $+\infty$.

9. ¿Cuántas raíces tiene el polinomio $p(x) = x^3 + 2x - 11$ en el intervalo cerrado $[-1, 2]$?

   A) Una.

   B) Dos.

   C) Tres.

   D) Ninguna.

10. Encuentre la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{\cos(2e^{3x})}{\ln(3^{\arctan(4x^2+7)})}$$

A) 1.

B) $\frac{-6\sin(2)}{3^{\arctan(7)}}$.

C) $\frac{-\sin(2)\ln(3)}{3^{\arctan(7)}}$.

D) Ninguna de las anteriores.

11. Considere la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 2 \\ 2 - x, & x > 2 \end{cases}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) El dominio de f' es igual al dominio de f.

B) La función f no es continua en $x = 2$.

C) Lafunción es derivable en $x = 2$ pero no es continua en dicho punto.

D) La función es derivable en todos los números reales excepto en $x = 2$.

12. ¿Para qué valores de a, b los gráficos de las funciones

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) + ax + b \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{\pi}\tan\left(\frac{\pi}{8}x^3\right) + bx$$

tienen la misma recta tangente en $x = 2$?

A) $a = 0$, $b = 0$

B) $a = 1$, $b = 0$

C) $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$

D) $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$.

13. Si

$$F(x) = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{x^2-4}{3x^3-6x^2}\right) & , \text{si } x \neq 0,\ x \neq 2 \\ 1 & , \text{si } x = 0 \\ -3 & , \text{si } x = 2 \end{cases}$$

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdaderas?

I) La función F tiene una discontinuidad reparable en $x = 0$.

II) La función F tiene una discontinuidad reparable en $x = 2$.

A) Sólo I).

B) Sólo II).

C) Ambas, I) y II).

D) Ninguna.

14. $\lim\limits_{x\to\infty} x \cdot \operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right) =$

A) 0

B) 1

C) ∞

D) No existe.

15. El valor de $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4}-x)$, es:

A) No existe.

B) 0.

C) ∞.

D) 2

16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto de $\lim_{x\to 2}\dfrac{x^3+8}{x^2-4}$?

A) El límite es igual a 0.

B) El límite es igual a 1.

C) El límite es igual a 4.

D) El límite no existe.

17. El valor de $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(2x)}{(1+x)\log(1+x)}$ es:

a) -2.

b) $\dfrac{-1}{2}$.

c) 0.

d) $\dfrac{1}{2}$.

e) 1.

18. Para cualquiera funciones positivas f, g, se define la relación $\sim$, dada por

$$f \sim g \quad \text{si y solo si} \quad \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = 1.$$

¿ Cuál de las siguientes NO es una una consecuencia de esta relación?

A) $f^2 \sim g^2$

B) $\sqrt{f} \sim \sqrt{g}$.

C) $e^f \sim e^g$.

D) $f + g \sim 2g$.