PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2022

Ayudantía 10- MAT1610

1. Suponga que f es una función continua en $[0,3]$ la cual satisface que:

   - $f(0) = -1$
   - $f'(x) = 2$ para todo $x \in (0,1)$
   - $f'(x) = 1$ para todo $x \in (1,2)$
   - $f'(x) = -1$ para todo $x \in (2,3)$

   Encuentre una fórmula para la función f.

2. (a) Determine la antiderivada general de la función

$$g(x) = \frac{2 + x^2 + x\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$$

   (b) Determine la función f tal.

$$f''(x) = \text{sen}(x) + \cos(x) \text{ y } f(0) = 3 \text{ y } f'(0) = 7$$

   (c) Determine la antiderivada de la función $f(x) = 10 * 2^x - 1$ que pasa por el punto $(0, 20)$.

   (d) Determine una función f tal que $f'(x) = x^3$ y la recta $x + y = 0$ sea tangente a la grafica de f.

3. (a) Determine una región cuya área sea igual al límite dado, identificándolo como una suma de Riemann: $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\sqrt{n^2+kn}}{n^2}$

   (b) Determine una región cuya área sea igual al límite dado, identificándolo como una suma de Riemann: $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\ln(n+k) - \ln(n)}{n}$

   (c) Calcule $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e-1}{n} \left(\dfrac{1}{1+\frac{e-1}{n}} + \dfrac{1}{1+\frac{2(e-1)}{n}} + \dfrac{1}{1+\frac{3(e-1)}{n}} + \cdots + \dfrac{1}{e} \right)$