Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 3.

FILA A

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 27 de Mayo de 2016

1. Usando sumas de Riemann, calcule $\int_{-1}^{5}(1+3x)dx$

   Solución

   Sea $\Delta x_i = \frac{6}{n}$, $x_i = -1 + \frac{6i}{n}$, $f(x_i) = 1 + 3x_i$
   0,5 pto.
   Entonces por definición de integral definida, tenemos que:

$$\int_{-1}^{5}(1+3x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\Big(1+3(-1+\frac{6i}{n})\Big)\frac{6}{n}$$

   1,0 pto

$$= \lim_{n\to infty} 6 - 18 + \frac{108n(n+1)}{2n^2} = 42$$

   1,0 pto.

2. Determine la función real f sabiendo que $f(0) = 2, f'(0) = 3, f''(0) = 4$ y $f'''(x) = \cos(x)$.
   Solución
   Dado que
   $f'''(x) = \cos(x)$, por Teorema Fundamental tenemos que:

$$f''(x) - f(0) = \int_0^x \cos(t)dt = \operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(0)$$

   Por lo tanto

$$f''(x) = \operatorname{sen}(x) + 4.$$

   0,5 pts.
   De la misma manera:

$$f'(x) - f'(0) = \int_0^x (\operatorname{sen}(t) + 4)dt = -\operatorname{sen}(x) + 4x - (-\cos(0))$$

Por lo tanto:

$$f'(x) = -\cos(x) + 4x + 1$$

0,5 pts.
Repitiendo el procedimiento:

$$f(x) - f(0) = \int_0^x (-\cos(t) + 4t + 4)dt = -\operatorname{sen}(x) + 2x^2 + 4x$$

0,5 pts.
Por lo tanto, la función buscada es:

$$f(x) = -\operatorname{sen}(x) + 2x^2 + 4x + 2$$

0,5 pts.

3. Sea g una función derivable en $\mathbb{R}$, tal que $g(1) = g'(1) = 0$ y $\int_0^1 g(x)dx = 2$. Se define

$$F(x) = \int_0^x x^2 g(t)dt$$

Entonces el valor de $F''(1)$ es:

a) 2

b) 4 **Respuesta Correcta, 2,0 pts.**

c) 0)

d) 6

e) Ninguna de las anteriores.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 3.

FILA B

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha :27 de Mayo de 2016

1. Usando sumas de Riemann, calcule $\int_0^2 (2-x)dx$

Solución

Sean $\Delta x_i = \dfrac{2}{n}$, $x_i = \dfrac{2i}{n}$, $f(x_i) = 2 - x_i$
0,5 pts.
Entonces por definición de integral definida, tenemos:

$$\int_0^2 (2-x)dx \;=\; \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Big(2 - \frac{2i}{n}\Big)\frac{2}{n} = \lim_{n\to\infty} 4 - \frac{2n(n+1)}{n^2}$$

1,0 pts.
Por lo tanto

$$\int_0^2 (2-x)dx \;=\; 4 - 2 = 2.$$

0,5 pts.

2. Determine la función real f sabiendo que $f(0) = 4, f'(0) = 3, f''(0) = 2$ y $f'''(x) = e^x$.

Solución
Dado que
$f'''(x) = e^x$), por Teorema Fundamental tenemos que:

$$f''(x) - f(0) = \int_0^x e^x dt = e^x - e^0$$

Por lo tanto

$$f''(x) = e^x + 1.$$

0,5 pts.
De la misma manera:

$$f'(x) - f'(0) = \int_0^x (e^x + 1)dt = e^x) + x - (-e^0)$$

Por lo tanto:

$$f'(x) = e^x + x + 2$$

0,5 pts.
Repitiendo el procedimiento:

$$f(x) - f(0) = \int_0^x (e^x + x + 2)dt = e^x + \frac{x^2}{2} + 2x$$

0,5 pts.
Por lo tanto, la función buscada es:

$$f(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + 2x + 3.$$

0,5 pts.

3. Sea g una función derivable en $\mathbb{R}$, tal que $g(2) = g'(2) = 1$ y $\int_0^2 g(x)dx = 4$. Se define

$$F(x) = \int_0^x x^2 g(t)dt$$

Entonces el valor de $F''(2)$ es:

a) 18

b) 16

c) 20 **Respuesta Correcta,2,0 pts.**

d) 14

e) Ninguna de las anteriores.