**Pontificia Universidad Católica de Chile**
**Facultad de Matemáticas**
**Departamento de Matemática**

**MAT 1610 - Cálculo I.**
**Control 2.**

**FILA A**

**Nombre:** _____

**Sección:**_____

**Tiempo : 50 minutos**

**Fecha : 29 de Abril de 2016**

1. Cada lado de un cuadrado se incrementa a razón constante de $6cm/s$.¿Cuán rápido se incrementa el área del cuadrado cuando elárea es de $16\,cm^2$?
**Solución**

Sea $x$ el largo del cuadrado, entonces los datos dados son:

$$\frac{dx}{dt} = 6\,cm/s$$

Y se solicita encontrar

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_{A=16}$$

**0,5 pts.**

Donde $A$ es el área del cuadrado. Por lo tanto, como $A = x^2$

$$\left(\frac{dA}{dt}\right) = 2x\frac{dx}{dt}$$

**1,0 pts.**
Evaluando en $x = 4$ tenemos que el área se incrementa en

$$48\,cm^2/s$$

**0,5 pts.**

2. Sea $f$ función derivable y tal que $f'(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x)$ donde

$$g(x) = f(x^2).$$

**Solución**
Dado que

$$g'(x) \;=\; f'(x^2)2x$$

**1,0 pts.**
Entonces y $g'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}^+$
Por lo tanto, $g$ es creciente en $\mathbb{R}^-$ y decreciente en $\mathbb{R}^+$ **1,0 pts.**

3. El valor de $g'(1)$ siendo

$$g(x) = \frac{\operatorname{sen}\left((1+x^2)^x\right)}{1+x^2}$$

es

*a*) $\dfrac{\cos(2)(\ln(2)+1) - \operatorname{sen}(2)}{2}$

*b*) $\cos^2(2) - \dfrac{\operatorname{sen}(2)}{2}$

*c*) $\dfrac{2\cos(2)\operatorname{sen}(1) - \operatorname{sen}(2)}{2}$

*d*) $\cos(2)(1+\ln(2)) - \dfrac{\operatorname{sen}(2)}{2}$

**Respuesta correcta2,0 pts.**

*e*) Ninguna de las anteriores.

**Pontificia Universidad Católica de Chile**
**Facultad de Matemáticas**
**Departamento de Matemática**

**MAT 1610 - Cálculo I.**
**Control 1.**

**FILA B**

**Nombre:** _____

**Sección:**_____

**Tiempo : 45 minutos**

**Fecha :8 de Abril de 2016**

1. El largo de un rectángulo se incrementa a razón de $8\,cm/s$ y el ancho en $3\,cm/s$.Cuando la longitud es $20\,cm$ y el ancho $10\,cm$ ¿cuán rápido se incrementa el área del rectángulo? **Solución**

   Sea $x$ el largo del rectángulo e $y$ su ancho, entonces los datos dados son:

   $$\frac{dx}{dt} = 8\,cm/s,\ \frac{dy}{dt} = 3cm/s$$

   Y se solicita encontrar

   $$\Big(\frac{dA}{dt}\Big)_{x=20,y=10}$$

   **0,5 pts.**

   Donde $A$ es el área del rectángulo. Por lo tanto, como $A = xy$

   $$\Big(\frac{dA}{dt}\Big) = y\frac{dx}{dt} + x\frac{dy}{dt}$$

   **1,0 pts.**
   Evaluando en $x = 20, y = 10$ tenemos que el área se incrementa en

   $$140\,cm^2/s$$

   **0,5 pts.**

2. Sea $f$ función derivable y tal que $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x)$ donde

   $$g(x) = f(x^2 - 2).$$

   **Solución**
   Dado que

   $$g'(x) = f'(x^2 - 2)2x$$

   **1,0 pts.**
   Entonces y $g'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x < 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}^-$
   Por lo tanto, $g$ es creciente en $\mathbb{R}^+$ y decreciente en $\mathbb{R}^-$ **1,0 pts.**

3. El valor de $g'(1)$ siendo

$$g(x) = \frac{\cos((1+x)^x)}{1+x^2}$$

es:

*a*) $\dfrac{-sen(2) - \cos(2)}{2}$

*b*) $-\operatorname{sen}(2)(\ln(2) + \dfrac{1}{2}) - \dfrac{\cos(2)}{2}$

**Respuesta correcta2,0 pts.**

*c*) $\dfrac{-\operatorname{sen}(2)(\ln(2) + \dfrac{1}{2}) - \cos(2)}{2}$

*d*) $-\dfrac{\operatorname{sen}(2)}{2} - \cos(2)$

*e*) Ninguna de las anteriores.