Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Segundo Semestre 2019

A

Cálculo I- MAT1610

Pauta Control 1

1. Derive la función

$$f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{e^{2x}+1}$$

Solución:

Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\ln(x^2+1))'(e^{2x}+1) - (e^{2x}+1)'\ln(x^2+1)}{(e^{2x}+1)^2} \\ &= \frac{(2x/(x^2+1))(e^{2x}+1) - (2e^{2x})\ln(x^2+1)}{(e^{2x}+1)^2} \end{aligned}$$

Distribución de puntajes

- (2 puntos) Por regla del cociente
- (2 puntos) Por derivar correctamente $\ln(x^2+1)$
- (2 puntos) Por derivar correctamente $e^{2x}+1$

2. Sea f la función definida por $f(x) = \sqrt{1 + (g(x^2))^2}$ y g una función tal que

x	1	-1
$g(x)$	3	4
$g'(x)$	-2	5

Determine $f'(-1)$

Solución:
Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{1 + (g(x^2))^2}} \left(1 + (g(x^2))^2\right)' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{1 + (g(x^2))^2}} \left(2g(x^2)g'(x^2)(2x)\right) \end{aligned}$$

evaluando tenemos que:

$$f'(-1) = \frac{1}{2\sqrt{1 + (g(1))^2}} \left(2g(1)g'(1)(-2)\right) = \frac{12}{\sqrt{10}}$$

Distribución de puntajes

- (1 puntos) Por derivar correctamente la raíz
- (3 puntos) Por derivar correctamente las tres reglas de la cadena (ver segunda línea de desarrollo)
- (2 puntos) Por evaluar correctamente

3. Demuestre que la curva de ecuación $xy + e^y = e$ no tiene puntos cuya tangente al gráfico sea horizontal.

Solución:

Derivando implícitamente la ecuación de la curva tenemos que

$$y + xy' + y'e^y = 0$$

de lo que se obtiene que

$$y' = \frac{-y}{x + e^y}$$

para que la tangente sea horizontal buscamos puntos de ésta tal que $y' = 0$, de lo que obtenemos que necesariamente $y = 0$, reemplazando este valor en la ecuación de la curva obtenemos

$$1 = e$$

por lo que podemos concluir que no existen dichos puntos.

Distribución de puntajes

- (3 puntos) Por determinar y'
- (1 puntos) Por determinar condiciones para que $y' = 0$
- (2 puntos) Por concluir que no existen puntos con dicha característica.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Segundo Semestre 2019

B

Cálculo I- MAT1610

Pauta Control 1

1. Derive la función

$$f(x) = \frac{e^{-3x}+1}{\ln(x^4+2)}$$

Solución:

Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(e^{-3x}+1)'\ln(x^4+2) - (\ln(x^4+2))'(e^{-3x}+1)}{(\ln(x^4+2))^2} \\ &= \frac{(-3e^{-3x})\ln(x^4+2) - (4x^3/(x^4+2))(e^{-3x}+1)}{(\ln(x^4+2))^2} \end{aligned}$$

Distribución de puntajes

- (2 puntos) Por regla del cociente
- (2 puntos) Por derivar correctamente $e^{-3x}+1$
- (2 puntos) Por derivar correctamente $\ln(x^4+2)$

2. Sea f la función definida por $f(x) = \left(1 + (g(-x))^2\right)^3$ y g una función tal que

x	1	-1
$g(x)$	2	-7
$g'(x)$	-1	3

Determine $f'(-1)$

Solución:
Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3\left(1 + (g(-x))^2\right)^2 (1 + (g(-x))^2)' \\ &= 3\left(1 + (g(-x))^2\right)^2 (2g(-x)g'(-x)(-1)) \end{aligned}$$

evaluando tenemos que:

$$f'(-1) = 3\left(1 + (g(1))^2\right)^2 (2g(1)g'(1)(-1)) = 300$$

Distribución de puntajes

- (1 puntos) Por derivar correctamente la función cúbica.
- (3 puntos) Por derivar correctamente las tres reglas de la cadena (ver segunda línea de desarrollo)
- (2 puntos) Por evaluar correctamente

3. Demuestre que la curva de ecuación $xy^3 + e^{2y} = e^2$ no tiene puntos cuya tangente al gráfico sea horizontal.

Solución:

Derivando implícitamente la ecuación de la curva tenemos que

$$y^3 + 3xy^2y' + 2y'e^{2y} = 0$$

de lo que se obtiene que

$$y' = \frac{-y^3}{3xy^2 + 2e^{2y}}$$

para que la tangente sea horizontal buscamos puntos de ésta tal que $y' = 0$, de lo que obtenemos que necesariamente $y = 0$, reemplazando este valor en la ecuación de la curva obtenemos

$$1 = e^2$$

por lo que podemos concluir que no existen dichos puntos.

Distribución de puntajes

- (3 puntos) Por determinar y'
- (1 puntos) Por determinar condiciones para que $y' = 0$
- (2 puntos) Por concluir que no existen puntos con dicha característica.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Segundo Semestre 2019

C

Cálculo I- MAT1610

Pauta Control 1

1. Derive la función

$$f(x) = \frac{\cos(x^3+1)}{e^{-x}+1}$$

Solución:

Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\cos(x^3+1))'(e^{-x}+1) - (e^{-x}+1)'(\cos(x^3+1))}{(e^{-x}+1)^2} \\ &= \frac{(-3x^2\text{sen}(x^3+1))(e^{-x}+1) - (-e^{-x})(\cos(x^3+1))}{(e^{-x}+1)^2} \end{aligned}$$

Distribución de puntajes

- (2 puntos) Por regla del cociente
- (2 puntos) Por derivar correctamente $\cos(x^3+1)$
- (2 puntos) Por derivar correctamente $e^{-x}+1$

2. Sea f la función definida por $f(x) = \left(-xg(x^2)\right)^{10}$ y g una función tal que

x	1	-1
$g(x)$	2	-1
$g'(x)$	3	4

Determine $f'(-1)$

Solución:
Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= 10\left(-xg(x^2)\right)^9\left(-xg(x^2)\right)' \\ &= 10\left(-xg(x^2)\right)^9\left(-g(x^2) - xg'(x^2)(2x)\right) \end{aligned}$$

evaluando tenemos que:

$$f'(-1) = 10\left(g(1)\right)^9\left(-g(1) + g'(1)(-2)\right) = -80 \cdot 2^9$$

Distribución de puntajes

- (1 puntos) Por derivar correctamente la función $()^9$.
- (1 punto) Por derivar correctamente la regla del producto
- (2 puntos) Por derivar correctamente las dos reglas de la cadena (ver segunda línea de desarrollo)
- (2 puntos) Por evaluar correctamente

3. Demuestre que la curva de ecuación $xy + \tan(y) = 3$ no tiene puntos cuya tangente al gráfico sea horizontal.

Solución:

Derivando implícitamente la ecuación de la curva tenemos que

$$y + xy' + y'\sec^2(y) = 0$$

de lo que se obtiene que

$$y' = \frac{-y}{x + \sec^2(y)}$$

para que la tangente sea horizontal buscamos puntos de ésta tal que $y' = 0$, de lo que obtenemos que necesariamente $y = 0$, reemplazando este valor en la ecuación de la curva obtenemos

$$0 = 3$$

por lo que podemos concluir que no existen dichos puntos.

Distribución de puntajes

- (3 puntos) Por determinar y'
- (1 puntos) Por determinar condiciones para que $y' = 0$
- (2 puntos) Por concluir que no existen puntos con dicha característica.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemáticas
Segundo Semestre 2019

D

Cálculo I- MAT1610

PautaControl 1

1. Derive la función

$$f(x) = \frac{\tan(x^2+1)}{e^{-2x}+1}$$

Solución:

Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\tan(x^2+1))'(e^{-2x}+1) - (e^{-2x}+1)'(\tan(x^2+1))}{(e^{-2x}+1)^2} \\ &= \frac{((2x)\sec^2(x^2+1))(e^{-2x}+1) - (-2e^{-2x})(\tan(x^2+1))}{(e^{-2x}+1)^2} \end{aligned}$$

Distribución de puntajes

- (2 puntos) Por regla del cociente
- (2 puntos) Por derivar correctamente $\tan(x^2+1)$
- (2 puntos) Por derivar correctamente $e^{-2x}+1$

2. Sea f la función definida por $f(x) = \left(x^2 g(x^3)\right)^{12}$ y g una función tal que

x	1	-1
$g(x)$	-3	-1
$g'(x)$	2	6

Determine $f'(-1)$

Solución:
Observe que

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12\left(x^2 g(x^3)\right)^{11}\left(x^2 g(x^3)\right)' \\ &= 12\left(x^2 g(x^3)\right)^{11}\left(2x g(x^3) + x^2 g'(x^3)(3x^2)\right) \end{aligned}$$

evaluando tenemos que:

$$f'(-1) = 12\left(g(-1)\right)^{11}\left(-2g(-1) + g'(-1)(3)\right) = -240$$

Distribución de puntajes

- (1 puntos) Por derivar correctamente la función $()^{12}$.
- (1 punto) Por derivar correctamente la regla del producto
- (2 puntos) Por derivar correctamente las dos reglas de la cadena (ver segunda línea de desarrollo)
- (2 puntos) Por evaluar correctamente

3. Demuestre que la curva de ecuación $xy + \cos(2y) = 5$ no tiene puntos cuya tangente al gráfico sea horizontal.

Solución:

Derivando implícitamente la ecuación de la curva tenemos que

$$y + xy' - 2y'\text{sen}(2y) = 0$$

de lo que se obtiene que

$$y' = \frac{-y}{x - 2\text{sen}(2y)}$$

para que la tangente sea horizontal buscamos puntos de ésta tal que $y' = 0$, de lo que obtenemos que necesariamente $y = 0$, reemplazando este valor en la ecuación de la curva obtenemos

$$1 = 5$$

por lo que podemos concluir que no existen dichos puntos.

Distribución de puntajes

- (3 puntos) Por determinar y'
- (1 puntos) Por determinar condiciones para que $y' = 0$
- (2 puntos) Por concluir que no existen puntos con dicha característica.