PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2023

Ayudantía 3 - MAT1610

1. Determine para qué valor(es) de la constante b, la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(2x) - 2\operatorname{sen}^2(x)}{3x} & si \quad x < 0 \\ \dfrac{\sec\left(\frac{x+\pi}{3}\right)}{3} & si \quad x = 0 \\ \dfrac{1-\cos(bx)}{x^2} & si \quad x > 0 \end{cases}$$

   es continua en $x = 0$.

2. Demuestre que la ecuación $\operatorname{sen}(x) = \dfrac{1}{x}$ tiene al menos 2 soluciones reales.

3. Sea g una función continua en $[-1, 2]$ tal que $g(-1) > 1$ y $g(2) < 4$. Demuestre que existe un valor c, $c \in (-1, 2)$ tal que $g(c) = c^2$.

4. Determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \sqrt{x^3}$ en el punto $(4, 8)$.

5. Demuestre que existe un valor c tal que la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - x - \cos(x)$ en el punto $(c, f(c))$ es paralela al eje x.