Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 4.

FILA A

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 16 de Noviembre de 2016

1. Calcular

$$\int \sqrt{x}\ln(\sqrt{x})dx$$

Solución
Lo hacemos por partes:
Sea

$$u = \ln(\sqrt{x}) \text{ y } dv = \sqrt{x}\,dx$$

Entonces

$$du = \frac{dx}{x} \text{ y } v = \frac{2}{3}\sqrt{x^2}$$

(**0,5 pts**)
Luego

$$\int \sqrt{x}\ln(\sqrt{x})dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^2}\ln(\sqrt{x}) - \frac{1}{3}\int \sqrt{x}\,dx$$
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^2}\ln(\sqrt{x}) - \frac{2}{9}\sqrt{x^2} + C.$$

(**1,5 pts**)

2. Determine el área limitada por las curva $y = x^2$, la recta $y = 2 - x$ para $0 \leq x \leq 2$.
Solución
Los puntos de intersección correpondientes son $(1, 1)$ y $(-2, 0)$,
vemos que el área solicitada es:
(**0.5 pts**)

$$A = \int_0^1 (2 - x - x^2)\,dx + \int_1^2 (x^2 + x - 2))\,dx = (2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3})\Big|_0^1 + (\frac{x^3}{3} - 2x + \frac{x^2}{2})\Big|_1^2 = 3.$$

(**1.5 pts**)

3. El volumen del sólido cuya base es la región encerrada por el eje X y la curva de la función $y = 4x(1-x)$, sabiendo que las secciones transversales perpendiculares al eje Y son cuadrados.

Solución

a) 1

b) $\frac{1}{4}$

c) 2

d) $\frac{1}{2}$ Respuesta correcta
(**2.0 pts**)

e) Ninguno de los anteriores.

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT 1610 - Cálculo I.
Control 4.

FILA B

Nombre: _____

Sección:_____

Tiempo : 50 minutos

Fecha : 16 de Noviembre de 2016

1. Calcular

$$\int x^3 \operatorname{sen}(1+x^2)\,dx$$

Solución
Lo hacemos por partes:
Sea

$$u = x^2 \text{ y } dv = x\,\operatorname{sen}(1+x^2)\,dx$$

Entonces

$$du = 2xdx \text{ y } v = -\frac{1}{2}\cos(1+x^2)$$

(**0,5 pts**)
Luego

$$\int x^3 \operatorname{sen}(1+x^2)\,dx = -\frac{1}{2}x^2\cos(1+x^2) + \int x\cos(1+x^2)dx$$
$$= -\frac{1}{2}x^2\cos(1+x^2) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(1+x^2) + C.$$

(**1,5 pts**)

2. Determine el área limitada por las curvas $y = x^2$, $y = 4 - x^2$ y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Solución
El punto de intersección de las dos curvas es: $(-\sqrt{2}, 4)$ y $(\sqrt{2}, 4)$, obtenemos que el área buscada es:
(**0.5 pts**)

$$A = \int_0^{\sqrt{2}} (4 - x^2 - x^2)\,dx + \int_{\sqrt{2}}^2 (x^2 - 4 + x^2))\,dx$$

$$= (4x - \frac{2}{3}x^3)\Big|_0^{\sqrt{2}} + (\frac{2}{3}x^3 - 4x)\Big|_{\sqrt{2}}^{2} = \frac{8}{3}(2\sqrt{2} - 1).$$

(**1,5 pts**)

3. El volumen del sólido cuya base es la región encerrada entre el eje X y la curva de la función $y = 2x(2-x)$, sabiendo que las secciones transversales perpendiculares al eje Y son cuadrados, es:

   Solución

   a) 4

   b) 1

   c) 2 Respuesta correcta
   (**2.0 pts**)

   d) 8

   e) Ninguno de los anteriores.

Sin uso de calculadoras.
Recuerde escribir solo con tinta indeleble y no usar corrector.