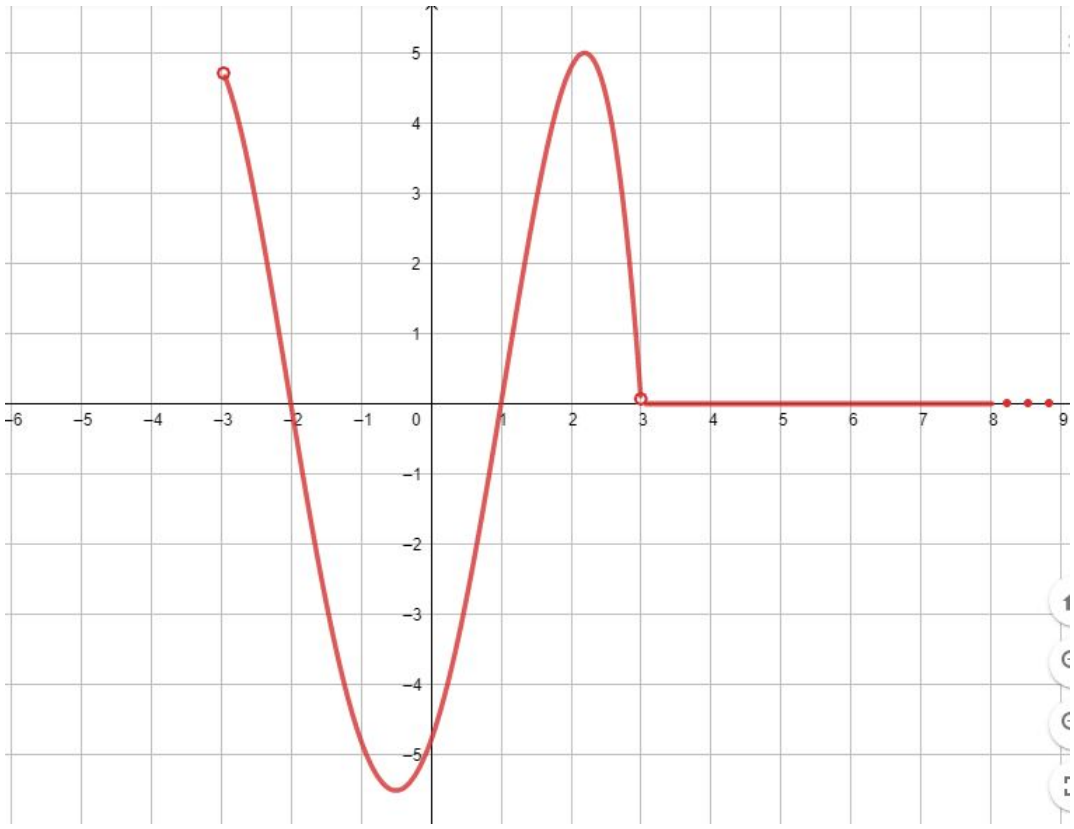
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2023

Ayudantía 9 - MAT1610

1. Demostrar que si $x > 0$, entonces, $\frac{x}{1+x} < ln(x+1) < x$.
2. Demuestre que la ecuación $\arctan(x-1) + x^3 - 3 = 0$ tiene una única raíz.
3. En la figura se muestra la gráfica de la función derivada (g') de una función g :



(a) Determine los intervalos donde g es creciente y los intervalos donde g es decreciente.

(b) Determine los valores críticos donde existe g' y clasifíquelos.

(c) Determine los intervalos donde $g(x)$ es cóncava hacia arriba y los intervalos donde $g(x)$ es cóncava hacia abajo.

(d) Basado en la gráfica, explique por qué en el intervalo $(-2, 0)$ existe un valor donde la segunda derivada de g es igual a $-\frac{5}{2}$

Justifique sus respuestas.

4. (a) Determine los valores de b y c para que la función $f(x) = \sqrt{c + bx - x^2}$ tenga su máximo global en el punto $(1, 2)$.

   (b) Para los valores de b y c hallados, determine, si existen, los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde f es decreciente.

5. (a) Estudie $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-1\cosh(x)}{1-cos^2(x)}$.

   (b) Determine los valores de a para que

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^x = e$$