PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2023

Ayudantía 5 - MAT1610

1. Sea f una función continua y derivable en $x = -1$ tal que la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(-1, f(-1))$ es $y = 3x + 1$. Determine:
   (a) El valor de $f(-1)$ y $f'(-1)$
   (b) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{xf(x)-2}{x+1}$
   (c) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{\frac{f(x)}{x}-2}{x+1}$
   (d) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{f(-x^2)+2}{x+1}$
   (e) El valor de $g'(1)$, con $g(x) = \sqrt{f(-x)+6}$
2. Determine el polinomio $P(x)$ tal que $P(x) + P'(x) + P''(x) = 3x^2 + 1$.
3. Determine $f'(x)$ para $f(x) = \sec(-x) + \operatorname{sen}(x^7 \cos(2x)) + \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$.
4. (a) Sea $f(x) = \cos(x)$, determine el valor de $f^{(7)}\left(\frac{\pi}{6}\right) - f^{(50)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$.
   (b) Determine la n-ésima derivada de la función $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
5. Sea $f(x) = \frac{1}{3}\tan^3(x) - \tan(x) + x$, demuestre que $f'(x) = \tan^4(x)$.

Ejercicios extras para los alumnos

(Extra 1) Sea f una función par, demuestre que $f'(x)$ es una función impar y determine la ecuación de recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(-2, f(-2))$ si la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(2, f(2))$ es $y = 2 - 3x$.

(Extra 2) Sea $f(x) = \sqrt{\dfrac{1 - \operatorname{sen}(x)}{1 + \operatorname{sen}(x)}}$, demuestre que $f'(x) = \pm \dfrac{1}{1 + \operatorname{sen}(x)}$