Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
TAV 2022

MAT1610-Cálculo I
Guía 11: Integrales

1. Calcule las derivadas, respecto de x, de las siguientes funciones:

   a) $F(x) = \displaystyle\int_1^{x^2+3x^4} \sqrt{1+2t^2}\ \mathrm{d}t$

   b) $F(x) = \displaystyle\int_{x^3-3x}^{b} \ln(x)\frac{\mathrm{d}t}{1+t^2+\sin^2 t}$

2. Sea $H(x) = \displaystyle\int_0^x \cos(\sin t)\mathrm{d}t$.

   Para $H(x)$ determine intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, intervalos de concavidad y puntos de inflexión.

3. Demuestre que si $g(x) = \displaystyle\int_0^x (\sin x)f(t)\mathrm{d}t$, entonces:

$$g''(x) + g(x) = 2f(x)\cos x + f'(x)\sin x$$

4. Calcule los siguientes límites:

   a) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}\right)$

   b) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\sin\frac{\pi}{n} + \sin\frac{2\pi}{n} + \cdots + \sin\frac{(n-1)\pi}{n}\right)$

   c) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n}} + \cdots + \sqrt{1+\frac{n}{n}}\right)$

5. Calcular las siguientes integrales:

   d).- $\displaystyle\int_0^1 \left(3x^4 - 8x^2 + 2x\right)\mathrm{d}x$ b).- $\displaystyle\int_1^2 \left(10x^{\frac{3}{4}} - 4x^{\frac{-2}{3}}\right)\mathrm{d}x$ c).- $\displaystyle\int_{1/4}^{5/4} \sqrt{4x-1}\ \mathrm{d}x$

   d).- $\displaystyle\int_1^4 \frac{2t^2 + t^2\sqrt{t} - 1}{t^2}dt$