PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer semestre 2025

# Solución Ayudantía 2 - MAT1203

## Solución P.1

Primero, notemos que la relación entre los coeficientes que acompañan a **x** e **y** nos da información sobre la pendiente **m**. Por otro lado, la relación entre el coeficiente que acompaña a **x/y** y el término libre nos da información sobre el intersecto con el eje x o y respectivamente.

**a)** Para no tener solución, las rectas deben tener igual pendiente pero distinto coeficientes de posición. Recordemos que el coeficiente de posición es el intersecto con el eje y. Así;

$$\frac{4}{2} = \frac{a}{1} \implies a = 2$$
$$\frac{-24}{4} \neq \frac{b}{2} \implies b \neq -12$$

**b)** Para tener solución única, basta con tener pendientes distintas. Así:

$$a \neq 2$$

Para dicho caso, la intersección está dada por:

$$x = b - \frac{a(b+12)}{a-2}$$
$$y = \frac{b+12}{a-2}$$

**c)** Para tener infinitas soluciones, las rectas deben coincidir. Así:

$$a = 2$$
$$b = -12$$

Y las soluciones corresponden a los siguientes puntos:

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

## Solución P.2

De la ecuación de la recta del enunciado, podemos obtener algunas ecuaciones parametricas.

$$x = 1 + t$$
$$y = -2 - t$$

$$z = 3 \qquad (i)$$

Luego, despejando t de entre las primeras 2 ecuaciones:

$$t = x - 1$$
$$t = -(y + 2)$$

Así;

$$x - 1 = -y - 2 \implies x + y + 1 = 0 \qquad (ii)$$

De tal forma, (i) y (ii) son 2 ecuaciones cuya solución es el sistema deseado. Sin embargo, queremos un sistema de 3x3. Así, es necesario introducir una nueva ecuación que sea redundante (no contenga información nueva). Por ejemplo:

$$x + y + z = 2 \qquad (iii)$$

De tal forma, el sistema de 3x3 con solución la recta deseada es:

$$\begin{aligned} (i) \qquad & z = 3 \\ (ii) \qquad & x + y + 1 = 0 \\ (iii) \qquad & x + y + z = 2 \end{aligned}$$

**Solución P.3**

El enunciado plantea que:

$$\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

De donde podemos extraer algunas ecuaciones parametricas:

$$x = 3 \qquad (i)$$

$$y = -3 + t \implies t = y + 3 \qquad (A)$$

$$z = 4 + t \implies t = z - 4 \qquad (B)$$

$$w = 1 - 2t \implies t = \frac{1 - w}{2} \qquad (C)$$

(A = B):

$$y + 3 = z - 4 \implies z - y = 7 \qquad (ii)$$

(A = C):

$$y + 3 = \frac{1 - w}{2} \implies 2y + w = -5 \qquad (iii)$$

Luego, (B = C) nos da una ecuación que es redundante con (ii) y (iii). Así, se puede obtener un sistema de 3 ecuaciones y 4 incognitas (Aunque x ya está despejado, sigue siendo una ecuación) cuya solución es la recta dada. Dicho sistema es el siguiente:

$$\begin{aligned} (i) \qquad & x = 3 \\ (ii) \qquad & 2y + w = -5 \\ (iii) \qquad & 2z + w = 9 \end{aligned}$$

**Solución P.4**

El sistema del enunciado puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Así, la matriz de coeficientes es:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Y la matriz ampliada es:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & -2 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right]$$

**Solución P.5**

Las siguientes matrices corresponden a las matrices ampliadas de dos sistemas

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

**a)** Para ver que los sistemas representados por ambas matrices son equivalentes, lo que debemos hacer es utilizar operaciones fila para convertir una matriz en la otra.

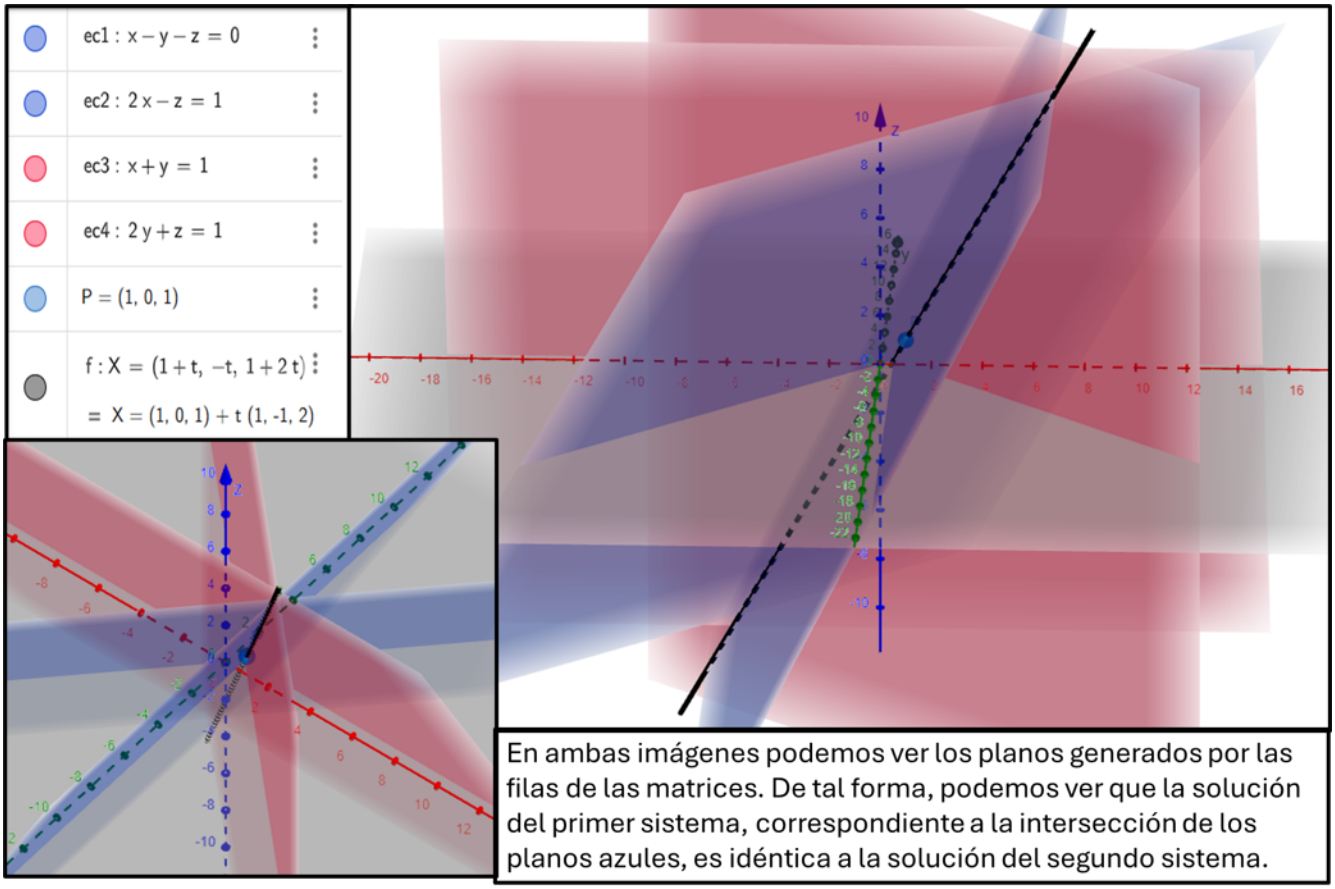
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right] \begin{pmatrix} f_1 := f_1 \\ f_2 := f_2 - 2f_1 \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right] \begin{pmatrix} f_1 := f_1 + f_2 \\ f_2 := f_2 \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Así, como hemos convertido la primera matriz ampliada en la segunda, ambos sistemas son equivalentes (van a tener el mismo conjunto solución)

**b)**




En ambas imágenes podemos ver los planos generados por las filas de las matrices. De tal forma, podemos ver que la solución del primer sistema, correspondiente a la intersección de los planos azules, es idéntica a la solución del segundo sistema.