PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

**MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL**

Clase 37: Diagonalización de matrices simétricas, teorema espectral

1. Determine qué matrices son ortogonales. Si alguna es ortogonal, encuentre su inversa.

   *a*) $\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$

   *b*) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

   *c*) $\begin{bmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ \sqrt{5}/3 & -4/\sqrt{45} & -2/\sqrt{45} \end{bmatrix}$

2. Diagonalice ortogonalmente las matries, dando una matriz ortogonal $P$ y una matriz diagonal $D$.

   *a*) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

   *b*) $\begin{bmatrix} -7 & 24 \\ 24 & 7 \end{bmatrix}$

   *c*) $\begin{bmatrix} -2 & -36 & 0 \\ -36 & -23 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

   *d*) $\begin{bmatrix} 7 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

   *e*) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. Sean $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Compruebe que 2 es un valor propio de $A$ y $\mathbf{v}$ un vector propio. Después, diagonalice $A$ ortogonalmente.