PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

# MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 20: Espacios nulos, espacios columna y transformaciones lineales

1. Encuentre una descripción de Nul$A$, haciendo una lista de vectores que generan el espacio nulo.

   $a)$ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ $\qquad$ $b)$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. Utilice un teorema adecuado para demostrar que el conjunto dado, $W$, es un espacio vectorial, o bien, encuentre un ejemplo específico de lo contrario.

   $a)$ $W = \left\{ \begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix} \ : \ 3r - 2 = 3s + t \right\}$

   $b)$ $W = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \ : \ \begin{array}{rcl} 3a + b & = & c \\ a + b + 2c & = & 2d \end{array} \right\}$

   $c)$ $W = \left\{ \begin{bmatrix} 3p - 5q \\ 4q \\ p \\ q + 1 \end{bmatrix} \ : \ p, q \text{ reales} \right\}$

   $d)$ $W = \left\{ \begin{bmatrix} -s + 3t \\ s - 2t \\ 5s - t \end{bmatrix} \ : \ s, t \text{ reales} \right\}$

3. Encuentre $A$ tal que el conjunto dado sea Col$A$

   $a)$ $\left\{ \begin{bmatrix} 2s + t \\ r - s + 2t \\ 3r + s \\ 2r - s - t \end{bmatrix} \ : \ r, s, t \text{ reales} \right\}$ $\qquad$ $b)$ $\left\{ \begin{bmatrix} b - c \\ 2b + 3d \\ b + 3c - 3d \\ c + d \end{bmatrix} \ : \ b, c, d \text{ reales} \right\}$

4. Sea $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Determine si $\mathbf{w}$ está en Col $A$. ¿Está $\mathbf{w}$ en Nul $A$.

5. Defina una transformación lineal $T : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ mediante $T(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}(0) \\ \mathbf{p}(0) \end{bmatrix}$. Determine los polinomios $\mathbf{p}_1$ y $\mathbf{p}_2$ en $\mathbb{P}_2$ que generan el núcleo de $T$, y describa el rango de $T$.