**Forma** 3.
$$\left|\begin{array}{rcl} (k-2)x-2y & = & k \\ x+(k-3)y-z & = & 2 \\ x-2y+(k-3)z & = & 3 \end{array}\right|$$

Determine $k \in \mathbb{R}$ de modo que el sistema tenga solución única, tenga infinitas soluciones, no tenga solución. Encuentre las soluciones para el caso en que el sistema tenga infinitas soluciones.

Sol:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} k-2 & -2 & 0 & k \\ 1 & k-3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & k-3 & 3 \end{array}\right]$$

Si $k=2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 3 \end{array}\right]$$

$F_{23}(-1)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$F_{31}(-2)$

Inf Soluciones.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$-x_2 = 1$$

$$\boxed{x_2 = -1}$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = 2$$

$$x_1 + 1 - x_3 = 2$$

$$\boxed{x_1 = 1 + x_3}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + x_3 \\ -1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Soluciones.

Volvemos:

Si $k \neq 2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} k-2 & -2 & 0 & k \\ 1 & k-3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & k-3 & 3 \end{array}\right]$$

$$F_1 \Longleftrightarrow F_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k-3 & 3 \\ 1 & k-3 & -1 & 2 \\ k-2 & -2 & 0 & k \end{array}\right]$$

$F_{12}(-1)$

$F_{13}(2-K)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & K-3 & 3 \\ 0 & K-1 & 2-K & -1 \\ 0 & -2-2(2-K) & (K-3)(2-K) & K+3(2-K) \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & K-3 & 3 \\ 0 & K-1 & 2-K & -1 \\ 0 & 2(K-3) & -(K-3)(K-2) & 6-2K \end{array}\right]$$

Si $K=3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Inf. Soluciones

$x_1 - 2x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 3 + 2x_2$

$2x_2 - x_3 = -1 \Rightarrow x_3 = 1 + 2x_2$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2x_2 \\ x_2 \\ 1+2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Soluciones.

---

Volvemos, si $k \neq 3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k-3 & 3 \\ 0 & k-1 & 2-k & -1 \\ 0 & 2(k-3) & -(k-3)(k-2) & 6-2k \end{array}\right]$$

$F_3\left(\frac{1}{2(k-3)}\right)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k-3 & 3 \\ 0 & k-1 & 2-k & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{(k-2)}{2} & -1 \end{array}\right]$$

Si $k=1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -2 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & -1 \\ 0 & \boxed{1} & \frac{1-k}{2} & -1 \end{array}\right]$$

Sol. única

Si $k \neq 1$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k-3 & 3 \\ 0 & k-1 & 2-k & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{(k-2)}{2} & -1 \end{array}\right]$$

$F_{32}\left(-(k-1)\right)$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k-3 & 3 \\ 0 & 0 & 2-k+\frac{(k-2)(k-1)}{2} & -1+k-1 \\ 0 & 1 & \frac{2-k}{2} & -1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & -2 & k-3 & 3 \\ 0 & 0 & \frac{(k-2)(k-2)}{2} & k-2 \\ 0 & \boxed{1} & \frac{2-k}{2} & -1 \end{array}\right]$$

$\neq 0$ Sa que $k \neq 2$

Sol. Única.

Rta final:

Si $k=2 \Rightarrow$ Inf. Sol

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si $k=3 \Rightarrow$ Inf. Sol

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

En cualquier otro caso Tiene Sol. única.