Tomás Vergara Browne
tomvergara@uc.cl



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT1203 — Álgebra Lineal — 1' 2021

Ayudantía 6 – Matrices

Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera, demuéstrela. Si es falsa dé un contraejemplo.

1. Si A es una matriz cuadrada tal que A^2 es la matriz nula, entonces $I - A$ es invertible.

2. Si A es invertible de $n \times n$, entonces para todo $u \in \mathbb{R}^n$ se tiene que $u^T A^T A u = 0$.

3. Sean $u, v \in \mathbb{R}^4$. Si $1 - u \cdot v \neq 0$, entonces
$$(I - uv^T)^{-1} = I + \left(\frac{1}{1 - u^T v}\right) uv^T.$$

4. Para todo $a \in \mathbb{R}$ la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ a & 2 & 3 \end{bmatrix}$ es invertible.

5. Sea A es una matriz invertible de 2×2 y u, v vectores L.I. en $\mathbb{R}^2$. Si $Au = 2u$ y $Av = 3v$, entonces el sistema $(A - I)$ es una matriz invertible.

6. Sea A matriz de 2×3 y $b \in \mathbb{R}^2$. Si E es una matriz elemental de 2×2 y el sistema $Ax = b$ tiene solución, entonces el sistema $EAx = b$ también tiene solución.

7. Si B es una matriz que resulta de sumar a la fila 2 cinco veces la fila 1 en la matriz A, entonces $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A = B$.

8. Si A es una matriz con columnas L.I. y B resulta de intercambiar las dos primeras filas de A, entonces B tiene columnas L.I.

9. Si A admite la descomposición $A = LU$ y A es inyectiva, entonces U es inyectiva.

10. Si A admite la descomposición $PA = LU$ y A es inyectiva, entonces U es inyectiva.