Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203
Guía 6

Problemas mínimos

1. Encuentre una factorización LU de

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & -4 \\ 6 & 4 & 8 & -10 \\ 3 & 2 & 5 & -1 \\ -9 & 5 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

2. Encuentre una matriz de permutación P, L triangular inferior y U triangular superior tal que $PA = LU$ donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Use la factorización PALU para resolver el sistema $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ sabiendo que A admite la factorización $A = P^T LU$ siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Problemas adicionales

4. Considere la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 2 & 12 & 5 \\ -1 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

   (a) Encuentre una factorización $PA = LU$.

   (b) Usando lo anterior, resuelva el sistema

$$\begin{aligned} x + 6y + 2z &= 9 \\ 2x + 12y + 5z &= -4 \\ -x - 3y - z &= 17 \end{aligned}$$

5. Sea A una matriz de 4×4 tal que $\det(A) = 5$, encuentre $\det\left(2^3 A\right), \det\left(A^5\right), \det(-A)$, $\det\left(\det(A) A^{-1}\right)$

6. Sea $a \in \mathbb{R}$, calcule el determinante de la siguiente matriz de 4×4

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{bmatrix}$$

Soluciones

- Problema 1: Página 190, Sección 3.4, Poole.
- Problema 2: Página 696, Sección 3.4, Ejercicio 25, Poole.
- Problema 3: Página 696, Sección 3.4, Ejercicio 27, Poole.