PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 35: Problemas de mínimos cuadrados

1. Encuentre una solución de mínimos cuadrados de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mediante a) la construcción de las ecuaciones normales para $\hat{\mathbf{x}}$ y b) el despeje de $\hat{\mathbf{x}}$.

   a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$.

   b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

2. Describa todas las soluciones de mínimos cuadradps de la ecuación $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

   a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$.

   b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$.

3. Calcule el error de mínimos cuadrados asociado con la solución de mínimos cuadrados que encontró en el ejercicio 1.a)

4. Calcule el error de mínimos cuadrados asociado con la solución de mínimos cuadrados que encontró en el ejercicio 1.b)

5. Encuentre a) la proyección ortogonal de $\mathbf{b}$ sobre $\mathrm{Col}(A)$ y b) una solución de mínimos cuadrados de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

   a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$

   b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}$

6. Sean $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix}$. Determine $A\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$, compárelos con $\mathbf{b}$. ¿Es posible que al menos uno de los dos entre $\mathbf{u}$ o $\mathbf{v}$ sea una

solución de mínimos cuadrados de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$? (Responda sin obtener una solución de mínimos cuadrados).