Tomás Vergara Browne
tomvergara@uc.cl



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT1203 — Álgebra Lineal — 1' 2021

Ayudantía 14

Repaso para la prueba

- Subespacios vectoriales

- Bases

- Transformaciones lineales

- Valores y vectores propios

- Diagonalización

1. (I3-2019-1) Sean $\mathbb{M}_2$ el espacio de las matrices de 2x2, $\mathbb{P}_2$ el espacio de los polinomios de grado menor o igual a 2, y la transformación lineal $T : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{M}_2$ definida por la matriz

$$[T] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Respecto a la base

$$\mathcal{B}_P = \{x^2, x-1, -1\} \text{ de } \mathbb{P}_2$$

Y a la base canónica

$$\mathcal{C} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \text{ de } \mathbb{M}_2$$

Determine una base para el núcleo (o espacio nulo) y para la imagen de T.

2. (I3-2019-1) Sea A una matriz de 3x3 tal que $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ y la forma escalonada de A es $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Determine si A es diagonalizable, y si lo es, encuentre una matriz invertible P y una matriz diagonal D tal que $A = P^{-1}DP$.

Ayudantía de la semana

Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera, demuéstrela. Si es falsa dé un contraejemplo.

1. Si A es una matriz de 4×2 inyectiva, entonces $A^T A$ admite la descomposición $A^T A = LU$.

2. Sean $u, v \in \mathbb{R}^n$ vectores no nulos linealmente independientes. Si $w = v - \dfrac{u \cdot v}{u \cdot u} u$, entonces el conjunto $\{u, w\}$ es ortogonal.

3. Sea $A = [u\, v\, w]$ una matriz de 5×3 tal que $A^T A = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 45 \\ 0 & 4 & 8 \\ 45 & 8 & 151 \end{bmatrix}$.
   Si $w = \alpha u + \beta v$, entonces es posible determinar el valor exacto de α y β.

4. Sea $A = [u\, v\, w]$ una matriz de 5×3 y $c \in \mathbb{R}$ tal que $A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & c \end{bmatrix}$.
   Si $c > 10$, entonces $\operatorname{Dim} \operatorname{Im}(A) = 3$.

5. Sean $u, v \in \mathbb{R}^n$ vectores no nulos.

$$w \in (\operatorname{Gen}\{u, v\})^{\perp} \text{ si y sólo si } w \cdot u = w \cdot v = 0.$$