Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Primer Semestre 2025

Álgebra Lineal - MAT1203
Ayudantía 14

1. Sean $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Compruebe que $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son vectores propios de A. Después diagonalice A ortogonalmente.

2. Considere la forma cuadrática $Q(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2$.
   (a) Clasifique la forma cuadrática Q.
   (b) Realice un cambio de variable que elimine los productos cruzados en Q.
   (c) Grafique $Q(x_1, x_2) = 2$.

3. Determine si es verdadero o falso:
   (a) Las matrices simétricas sólo tienen valores propios reales.
   (b) Si $A^T = A$ y si los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ satisfacen $A\mathbf{u} = 3\mathbf{u}$ y $A\mathbf{v} = 4\mathbf{v}$, entonces $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$.
   (c) Todas las matrices simétricas se pueden diagonalizar.

4. Suponga que A es invertible y diagonalizable ortogonalmente. Explique por qué A^{-1} también es diagonalizable ortogonalmente.