PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2025

Ayudantía 10 - MAT1203

1. El conjunto $\mathcal{B} = \{1 + t, 1 + t^2, t + t^2\}$ es una base para $\mathbb{P}_2$. Encuentre el vector de coordenadas de $\mathbf{p}(t) = 6 + 3t - t^2$ en relación con $\mathcal{B}$

2. Sean $\mathcal{A} = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ y $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ bases para un espacio vectorial V, y suponga que $\mathbf{a}_1 = 4\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2, \mathbf{a}_2 = -\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3$, y $\mathbf{a}_3 = \mathbf{b}_2 - 2\mathbf{b}_3$.

   a) Encuentre la matriz de cambio de coordenadas de $\mathcal{A}$ a $\mathcal{B}$.

   b) Determine $[\mathbf{x}]_{\mathcal{B}}$ para $\mathbf{x} = 3\mathbf{a}_1 + 4\mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3$.

3. Sean $\mathcal{A} = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ y $\mathcal{D} = \{\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3\}$ bases para V y sea $P = [[\mathbf{d}_1]_{\mathcal{A}} [\mathbf{d}_2]_{\mathcal{A}} [\mathbf{d}_3]_{\mathcal{A}}]$ ¿Cuál de las siguientes ecuaciones satisface P para toda $\mathbf{x}$ en V ?

   i. $[\mathbf{x}]_{\mathcal{A}} = P[\mathbf{x}]_{\mathcal{D}}$

   ii. $[\mathbf{x}]_{\mathcal{D}} = P[\mathbf{x}]_{\mathcal{A}}$

4. Considere $\mathbb{P}_1 = \{ax + b : a, b \in \mathbb{R}\}$, el espacio de polinomios de grado menor o igual a uno y sean $\mathcal{B} = \{1 + x, 1 - 2x\}$ y $\mathcal{C} = \{w_1, w_2\}$ bases para $\mathbb{P}_1$. Si la matriz

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

   es la matriz de cambio de coordenaads de la base $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$. Determine w_1 y w_2.