Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
SegundoSemestre 2025

# Álgebra Lineal - MAT1203
## Ayudantía 12

1. Considere la matriz $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ sabiendo que sus valores propios son $-2$,$-1$ y $0$.
   (a) ¿Porqué puede asegurar que $A$ es diagonalizable?
   (b) Diagonalice la matriz $A$, es decir, encuentre una matriz $P$ invertible y una $D$ diagonal tal que $A = PDP^{-1}$.
   (c) Determine una expresión para la potencia $A^8$.

2. Sea $T : \mathbb{P}_3 \to \mathbb{R}^4$ por $T(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}(-2) \\ \mathbf{p}(3) \\ \mathbf{p}(1) \\ \mathbf{p}(0) \end{bmatrix}$
   (a) Demuestre que $T$ es una transformación lineal.
   (b) Encuentre la matriz para $T$ respecto a la base $\{1, t, t^2, t^3\}$ para $\mathbb{P}_3$ y la base estándar para $\mathbb{R}^4$.

3. Considere $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ con $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, donde $A$ es una matriz de $3 \times 3$ con valores propios de 1 ,5 y $-2$. ¿Existe una base $\mathcal{B}$ para $\mathbb{R}^3$ tal que la $\mathcal{B}$-matriz para $T$ (es decir, representación matricial con respecto de la base $\mathcal{B}$) sea una matriz diagonal?

4. Encuentre una matriz $P$ invertible y una matriz $C$ de la forma $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ tal que $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = PCP^{-1}$.