Tomás Vergara Browne
tomvergara@uc.cl



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT1203 — Álgebra Lineal — 1' 2021

Ayudantía 10

Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera, demuéstrela. Si es falsa dé un contraejemplo.

1. En el espacio vectorial de las matrices de 2x2, la matriz identidad es combinación lineal de $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Sea $B_1 = \{u, v\}$ una base de un espacio vectorial V y $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Entonces existe una única base B_2 tal que
$$P[w]_{B_2} = [w]_{B_1},$$
para todo $w \in V$.

3. Sean $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ y $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ bases de $\mathbb{R}^2$. Si P es la matriz cambio de base tal que para todo $u \in \mathbb{R}^2$ se tiene
$$P[u]_{B_1} = [u]_{B_2},$$
entonces $P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Sea $T : M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^3$. Si $T \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a-c \\ c-a \\ b+d \end{pmatrix}$ una transformación lineal, entonces T es sobreyectiva.

5. Sea $T : \mathbb{R}^2 \to M_{2\times 2}$ es una transformación lineal y $T \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ y $T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, entonces T es inyectiva.

6. Sea $T : M_{2\times 2} \to M_{2\times 2}$ la función dada por $T(A) = \text{Adj}(A)$. Entonces T es una transformación lineal.

7. Sea $T : M_{3\times 3} \to M_{3\times 3}$ la función dada por $T(A) = \text{Adj}(A)$. Entonces T es una transformación lineal.