PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 10: Operaciones de matrices

1. Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, calcule $3I_2 - A$ y $(3I_2)A$.

2. Calcule $A - 5I_3$ y $(5I_3)A$, donde $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 \\ -4 & 3 & -6 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

3. Si A es una matriz de 5×3 y el producto AB es 5×7, ¿cuál es el tamaño de B?

4. ¿Cuántas filas tiene B si BC es una matriz de 5×4?

5. Sean $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & k \end{bmatrix}$. ¿Qué valor(es) de k, si los hay, harán que $AB = BA$?

6. Sean $A = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Compruebe que $AB = AC$ y, sin embargo, $B \neq C$.

7. Si $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ y $AB = \begin{bmatrix} -3 & -11 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$, determine la primera y segunda columnas de B.

8. Considere los vectores en $\mathbb{R}^n$ como matrices de $n \times 1$. Para $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ en $\mathbb{R}^n$, el producto de matrices $\mathbf{u}^T\mathbf{v}$ es una matriz de 1×1, que se llama **producto escalar**, o **producto interno**, de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$. El producto de matrices $\mathbf{u}\mathbf{v}^T$ es una matriz de $n \times n$ que se llama **producto exterior** de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$.

   Sean $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. Calcule $\mathbf{u}^T\mathbf{v}$, $\mathbf{v}^T\mathbf{u}$, $\mathbf{u}\mathbf{v}^T$ y $\mathbf{v}\mathbf{u}^T$.