Tomás Vergara Browne
tomvergara@uc.cl



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

MAT1203 — Álgebra Lineal — 1' 2021

Ayudantía 15

Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Si es verdadera, demuéstrela. Si es falsa dé un contraejemplo.

1. Sea A una matriz de 4×3. Si la forma escalonada reducida de A^T es $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, entonces la matriz de proyección sobre $\text{Nul}(A^T)$ es $\begin{bmatrix} 4 & 6 & -2 & 0 \\ 6 & 9 & -3 & 0 \\ -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

2. Sea $\{u_1, u_2\}$ un conjunto ortogonal en $\mathbb{R}^5$ y A la matriz $A = [u_1\ u_2]$. Si $v = 3u_1 - 5u_2$, entonces la solución del sistema $A^T Ax = A^T v$ es el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

3. Sea $A = [u\, v\, w]$ una matriz inyectiva de 5×3. Si P es la matriz de proyección sobre $\text{Im}(A)$, entonces $P(u + 2v + 3w) = u + 2v + 3w$.

4. La recta que pasa más cerca de los puntos del plano cartesiano $(3, 1)$, $(2, -1)$ y $(1, -2)$ es $y = \frac{9}{6}x - \frac{22}{6}$.

5. La distancia entre el plano de ecuación $2x - y + z = 1$ y el punto $(2, 1, 3)$ es $\sqrt{3}$.

6. Sea P matriz de proyección sobre un subespacio U de $\mathbb{R}^4$ de dimensión 2. Entonces existen vectores no nulos v_1 y v_2 en $\mathbb{R}^4$ tal que $Pv_1 = Pv_2$.

7. El $\min\limits_{x-y-2z=2} (x-3)^2 + (2y-1)^2 + (z+5)^2$ es 30.

8. Si M es una matriz ortogonal de 3×3, entonces la norma del vector $M \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$ es 1.

9. Sea A una matriz de $n \times m$ y v, b vectores. Si $A^T v = b$, entonces el sistema $Ax = v$ es consistente.

10. Sean u, v, w vectores en $\mathbb{R}^3$. Si $(1/2)uu^T + (1/2)vv^t + ww^T$ es la descomposición espectral de una matriz A, entonces para todo vector $x \in \mathbb{R}^3$,
$$\lim_{k\to\infty} A^k x = (x \cdot w)w.$$