Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Segundo Semestre 2022

# Álgebra Lineal - MAT1203
## Guía 5

### Problemas mínimos

1. Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$. Calcule $(A\mathbf{x})^T, \mathbf{x}^T A^T, \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ y $\mathbf{x}^T\mathbf{x}\cdot$ ¿Está definida $A^T\mathbf{x}^T$?
2. Si $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ y $AB = \begin{bmatrix} -3 & -11 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$, determine la primera y la segunda columnas de $B$.
3. Encuentre la inversa de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & 6 \\ 5 & -4 & 5 \end{bmatrix}$, si existe.
4. Sea $A = \begin{bmatrix} -1 & -7 & -3 \\ 2 & 15 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$. Encuentre la tercera columna de $A^{-1}$ sin calcular las otras columnas.
5. (a) Si la ecuación $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tiene únicamente la solución trivial, entonces $A$ es equivalente por filas a la matriz identidad de $n \times n$.
   (b) Si las columnas de $A$ generan a $\mathbb{R}^n$, entonces las columnas son linealmente independientes.
   (c) Si $A$ es una matriz de $n \times n$, entonces la ecuación $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene al menos una solución para toda $\mathbf{b}$ en $\mathbb{R}^n$.
   (d) Si $A$ es de $n \times n$ y la ecuación $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tiene una solución no trivial, entonces $A$ tiene menos de $n$ posiciones pivote.
   (e) Si $A^T$ no es invertible, entonces $A$ no es invertible.
   (f) Si existe una matriz $D$ de $n \times n$ tal que $AD = I$, entonces $DA = I$.
   (g) Si la transformación lineal $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ mapea $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^n$, entonces la forma escalonada reducida de $A$ es $I$.
   (h) Si las columnas de $A$ son linealmente independientes, entonces las columnas de $A$ generan a $\mathbb{R}^n$.
6. Demuestre que la transformación lineal $T(x_1, x_2) = (-5x_1 + 9x_2, 4x_1 - 7x_2)$ es invertible y encuentre una fórmula para $T^{-1}$.

### Problemas adicionales

7. Poole, Pág. 175, Ejemplo 3.26.
8. Poole, Pág. 180, Ejemplo 3.29.

**Soluciones**

- Problema 1: Pág. 102, Lay.
- Problema 2: Pág, A24, Lay.
- Problema 3: Pág. 111, Lay.
- Problema 4: Pág. A25, Lay.
- Problema 5: (a)V, (b)F, (c)F, (d)V, (e)V, (f)V, (g)V, (h)V.
- Problema 6: Pág. A26, Lay.